

# ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA

por

Batildo Requejo Fernández

La materia desarrollada en los capítulos siguientes se corresponde con el programa de la asignatura *Álgebra Lineal y Geometría* del Primer Curso de la Licenciatura de Matemáticas, impartida en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Extremadura.

# Contenido

<b>I</b>	<b>Espacios Vectoriales</b>	<b>1</b>
1	La Estructura de Espacio Vectorial . . . . .	1
2	Subespacios Vectoriales . . . . .	2
3	Aplicaciones Lineales . . . . .	4
4	Espacio Vectorial Cociente . . . . .	6
5	Producto Directo y Suma Directa . . . . .	9
6	Subespacios Suplementarios . . . . .	10
7	Sucesiones Exactas de Aplicaciones Lineales . . . . .	12
8	Problemas . . . . .	14
<b>II</b>	<b>Teoría de la Dimensión</b>	<b>21</b>
1	Dimensión de un Espacio Vectorial . . . . .	21
2	Bases en un Espacio Vectorial . . . . .	25
3	Problemas . . . . .	27
<b>III</b>	<b>Espacios de Homomorfismos y su Representación en Coordenadas</b>	<b>31</b>
1	El Espacio Vectorial de los Homomorfismos . . . . .	31
2	Matrices. Representación en Coordenadas . . . . .	32
3	Cambios de Bases . . . . .	37
4	Problemas . . . . .	38
<b>IV</b>	<b>El Espacio Dual</b>	<b>43</b>
1	El Espacio Dual . . . . .	43
2	Incidencia . . . . .	45
3	Morfismos Traspuestos . . . . .	46
4	Matrices Traspuestas . . . . .	49
5	Hiperplanos Vectoriales . . . . .	51
6	Problemas . . . . .	52
<b>V</b>	<b>Tensores sobre un Espacio Vectorial</b>	<b>57</b>
1	Aplicaciones Multilineales: Tensores . . . . .	57
2	Representación en Coordenadas . . . . .	61
3	Operación del Grupo Simétrico sobre los Tensores . . . . .	65
4	Tensores Hemisimétricos . . . . .	67
5	Producto Exterior . . . . .	72
6	Morfismos Inducidos en los Espacios de Tensores . . . . .	76
7	Problemas . . . . .	78

<b>VI</b>	<b>Aplicaciones de los Tensores Hemisimétricos</b>	<b>87</b>
1	Determinantes . . . . .	87
2	Orientaciones y Formas de Volumen . . . . .	90
3	Menores de una Matriz . . . . .	92
4	Sistemas de Ecuaciones Lineales . . . . .	95
5	Problemas . . . . .	102
<b>VII</b>	<b>Diagonalización de Endomorfismos</b>	<b>109</b>
1	Polinomio Anulador . . . . .	109
2	Valores Propios y Vectores Propios . . . . .	114
3	Polinomio Característico . . . . .	115
4	Triangulación . . . . .	120
5	Problemas . . . . .	121
<b>VIII</b>	<b>Geometría Afín de un Espacio Vectorial</b>	<b>127</b>
1	Subvariedades Afines . . . . .	127
2	Proporcionalidad . . . . .	130
3	Representación en Coordenadas . . . . .	132
4	Problemas . . . . .	136
<b>IX</b>	<b>Espacios Vectoriales Euclídeos</b>	<b>141</b>
1	Productos Escalares Euclídeos . . . . .	141
2	Ortogonalidad . . . . .	143
3	Distancias y Ángulos . . . . .	148
4	Espacio Euclídeo Orientado . . . . .	155
5	Problemas . . . . .	159
<b>X</b>	<b>Semejanzas y Movimientos en un Espacio Vectorial Euclídeo</b>	<b>169</b>
1	Isometrías . . . . .	169
2	Semejanzas y Movimientos . . . . .	173
3	Ángulos Orientados . . . . .	177
4	Problemas . . . . .	179
	<b>Apéndices</b>	<b>183</b>
A	Generalidades sobre Teoría de Conjuntos . . . . .	183
B	Generalidades sobre Teoría de Grupos . . . . .	197
C	Generalidades sobre Teoría de Anillos . . . . .	208
D	Divisibilidad . . . . .	216
	<b>Bibliografía</b>	<b>225</b>