

GEOMETRÍA

por

Batildo Requejo Fernández

La materia desarrollada en estas notas se corresponde en gran parte con el programa de la asignatura *Geometría* del Segundo Curso de la Licenciatura de Matemáticas, impartida en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Extremadura.

Contenido

Capítulos

I El Espacio Proyectivo	1
1 Espacio Proyectivo y Subvariedades Lineales	1
2 Proyectividades	5
3 Principio de Dualidad	9
4 Problemas	11
II Coordenadas Homogéneas	15
1 Sistemas de Referencia Proyectivos	15
2 Razón Doble	17
3 Ecuaciones Homogéneas	22
4 Homografías	24
5 Problemas	26
III El Espacio Afín	31
1 Espacio Afín y Subvariedades Afines	31
2 Afinidades: Dilataciones y Traslaciones	33
3 Coordenadas Cartesianas	38
4 Razón Simple	40
5 Extensión Vectorial de un Espacio Afín	43
6 Inmersión Proyectiva de un Espacio Afín	48
7 Problemas	56
IV El Teorema Fundamental de la Geometría Proyectiva	59
1 Retículos	59
2 Colineaciones	65
3 Perspectividades	71
4 Problemas	73
V Métricas	75
1 Restricción y Proyección de Métricas	76
2 Polaridad Asociada a una Métrica	79
3 Teorema de Witt: Índice de una Métrica Simétrica	80
4 Problemas	84

VI Cuádricas	87
1 Formas Cuadráticas: Cuádricas	87
2 Polaridad Definida por una Cuádrica: Tangencia	92
3 Índice de una Cuádrica	96
4 Cónicas	97
5 Problemas	105
VII Clasificación de Métricas	111
1 Planteamiento del Problema	111
2 Clasificación de Métricas Hemisimétricas	113
3 Clasificación de Métricas Simétricas	114
4 Cálculo del Rango y la Signatura de una Métrica Simétrica Real	120
5 Clasificación Proyectiva de las Cuádricas	123
6 Problemas	127
VIII Clasificación Afín de las Cuádricas	129
1 Preliminares	129
2 Posiciones Relativas de un Hiperplano Respecto de una Cuádrica	130
3 Teoremas de Clasificación	132
4 Ecuaciones Reducidas	135
5 Elementos Afines de las Cuádricas	142
6 Problemas	144
IX El Espacio Afín Euclídeo	147
1 Espacio Vectorial Euclídeo	147
2 Clasificación de Isometrías	149
3 Espacio Afín Euclídeo	152
4 Semejanzas y Movimientos	155
5 Clasificación de Movimientos	158
6 Problemas	164
X Clasificación Euclídea de las Cuádricas	167
1 Clasificación	167
2 Ecuaciones Reducidas	169
3 Elementos Métricos de las Cónicas Euclídeas	180
4 Definición Euclídea de Cónica: Excentricidad	183
5 Problemas	186

Apéndices

A	Caracterización del Retículo $\mathcal{R}(\mathbb{P}_\kappa)$	189
B	Geometrías Clásicas	203
1	Geometrías No Euclídeas	203
2	Discusión de la Noción de Espacio Afín	208
3	Discusión de la Noción de Espacio Afín Real	212
4	Geometrías Clásicas	218
C	Métricas Hermíticas	223
1	Métricas Hermíticas	223
2	Clasificación de Métricas Hermíticas	227
3	Cálculo del Rango y la Signatura	230
4	Problemas	232
	 Bibliografía	 235