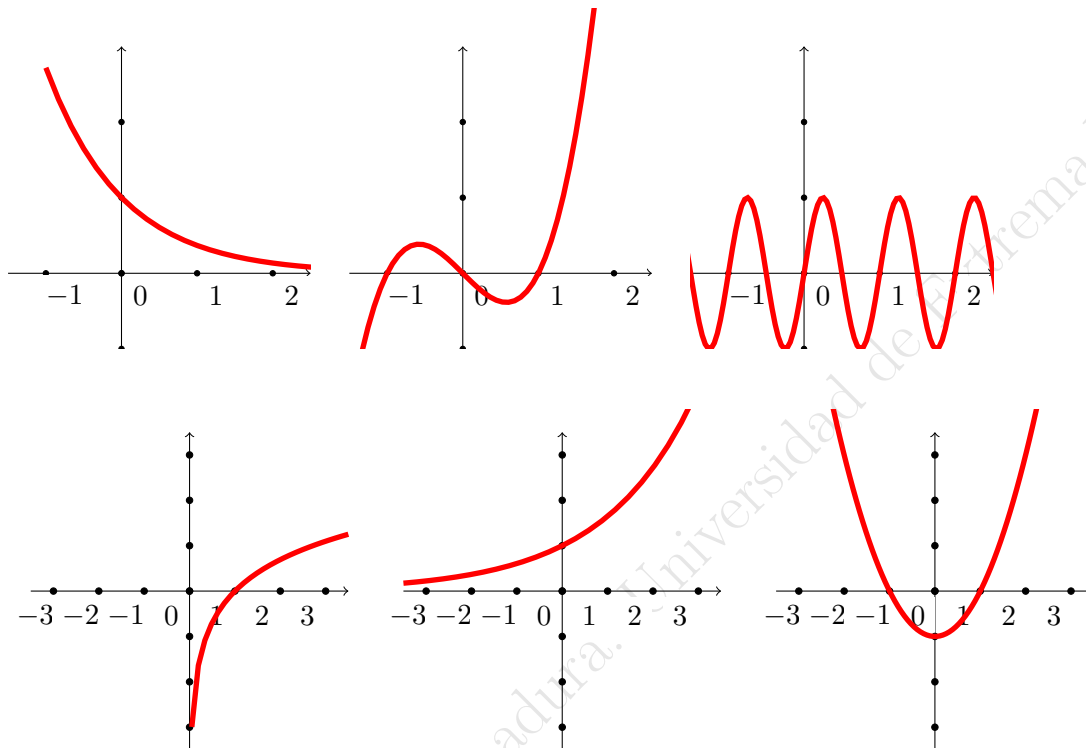


## 1.4. Ejercicios de continuidad y Teorema de Bolzano

1. A partir de las gráficas, determinar si la función es un polinomio, una exponencial, un logaritmo o una función trigonométrica:



2. Estudiar la continuidad de las siguientes funciones:

$$(a) f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

$$(b) g(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

$$(c) h(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

$$(d) j(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

$$(e) k(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

3. Calcular los puntos donde las siguientes funciones son positivas o negativas.

- (a)  $x^3 - x^2 + 2$ .
- (b)  $e^{x^2-3x-4} - 1$ .
- (c)  $\sqrt{x^2 - 1}$ .
- (d)  $\cos(2x)$ .
- (e)  $\ln(x^2)$ .

4. Obtener una solución aproximada (con un error menor que 0.2) de las siguientes ecuaciones:

- (a)  $xe^x = 1$  para  $x$  entre 0 y 1.
- (b)  $x^5 = 3$  para  $x$  entre 1 y 2.
- (c)  $\cos(x^2) = 0$  para  $x$  entre  $-2$  y  $-1$ .

5. Determinar los valores de  $m$  y  $n$  para los que la siguiente función es continua:

$$f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x \leq -2 \\ mx + n & \text{si } -2 < x < 2 \\ x - 1 & \text{si } x \geq 2. \end{cases}$$

6. Calcular los siguientes límites:

- |     |   |     |   |     |   |
|-----|---|-----|---|-----|---|
| (a) | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^4 + x^2}}{x}$ .                           | (e) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^4 + x^2}}{x}$ .                      | (j) | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}(x^3 - x)$ .     |
| (b) | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{sen} x}{\sqrt{1 - \cos^2 x}}$ . | (f) | $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \operatorname{sen} x$ .                        | (k) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^{-x}}$ .      |
| (c) | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen} x}{\sqrt{x^2 - x^3}}$ .      | (g) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \operatorname{sen} x}{\sqrt{x^2 - x^3}}$ . | (l) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{-1}}{\log x}$ . |
| (d) | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x - x^2}}$ .                             | (h) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \operatorname{sen} x}{x^2 + 1}$ .          | (m) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-x}}{x}$ .      |
|     | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x - x^2}}$ .                             | (i) | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$ .                         | (n) | $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x \log x$ .            |