

1.7. Ejercicios de propiedades de las funciones derivables

1. Calcular, para cada una de las siguientes funciones, el número y la posición de los ceros.

- (a) $f(x) = x^3 - x^2 + x - 2$
- (b) $f(x) = 1 - e^{x^2-3x-1}$
- (c) $f(x) = \ln(x^2 + 1) - x$
- (d) $f(x) = \text{sen}(x) + 1/2, x \in [0, 2\pi]$.
- (e) $f(x) = \frac{1}{x^2} - e^{x^2}$

2. Calcular los siguientes límites usando la regla de L'Hôpital

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \text{sen } x}{1 - \cos x}$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x) - 1}{\log(x^2) + 1}$
- (e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2}{1 - \text{sen}(\pi x)}$
- (f) $\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)$
- (g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x}$
- (h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x$
- (i) $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x}$
- (j) $\lim_{x \rightarrow \infty} x - e^x$
- (k) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - e^{-x}$
- (l) $\lim_{x \rightarrow 0} \text{sen } x \log x$
- (m) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\text{sen } x} - \log x$
- (n) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x} - x$
- (o) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x$
- (p) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos^{\text{sen } x} x$

3. Cuando x es grande, ¿qué es mayor, x o $\log x$? ¿y \sqrt{x} ó $\log x$?

4. Para valores de x positivos, ¿qué es mayor, x o $\text{sen } x$?

5. Calcular el polinomio de Taylor de grado 3 de las siguientes funciones en el punto indicado.

- (a) $f(x) = \cos x$ en $x = 0$.
- (b) $f(x) = \log x$ en $x = 1$.
- (c) $f(x) = e^x$ en $x = 0$.
- (d) $f(x) = \text{sen } x$ en $x = \pi/2$.
- (e) $f(x) = \sqrt{x}$ en $x = 1$.

6. Calcular el polinomio de Taylor de grado 3 de $f(x) = \text{sen } x$ en el origen. ¿Cuánto valen en $x = 1$ la función f y el polinomio de Taylor de grado 3 en el origen?

7. Calcular el polinomio de Taylor de grado 1 de $f(x) = e^x$ en el origen. Calcular también la ecuación de la recta tangente de $f(x) = e^x$ en el origen y comparar ambos resultados.