1.8. Ejercicios de representación gráfica

- 1. Para cada una de las siguientes funciones, calcular el dominio, las simetrías, los puntos de corte con los ejes, los intervalos donde es positiva y negativa, las asíntotas, la monotonía, los extremos, los puntos de inflexión y la concavidad y convexidad.
 - (a) f(x) = x + 1/x.
 - (b) $f(x) = \exp((x+1)/x)$.
 - (c) $f(x) = \sqrt{(x+1)/(x-1)}$.
 - (d) $f(x) = \log(x^2 1)$.
 - (e) $f(x) = x \log(x)$.
 - (f) $f(x) = 1/(1 + e^{-x})$ (Ecuación logística).
 - (g) $f(x) = 2(1 e^{-x}) x$ (Metabolización del alcohol).
- 2. Probar que para cada x > 0, se tiene

$$x - 1 \ge \log x \ge \frac{x - 1}{x}.$$

(Indicación: para la primera desigualdad considerar la función $f(x) = x - 1 - \log x$, calcular su valor mínimo y comprobar cómo es f'(x) a la derecha e izquierda de ese valor mínimo. Deducir que $f(x) \ge 0$. La segunda desigualdad es similar).

3. Probar que $e^x \ge 1 + x$ para todo $x \in \mathbb{R}$ (Pista: Estudiar la función $f(x) = e^x - 1 - x$).