

## 1.8. Ejercicios de representación gráfica

1. Para cada una de las siguientes funciones, calcular el dominio, las simetrías, los puntos de corte con los ejes, los intervalos donde es positiva y negativa, las asíntotas, la monotonía, los extremos, los puntos de inflexión y la concavidad y convexidad.

(a)  $f(x) = x + 1/x$ .

(b)  $f(x) = e^{(x+1)/x}$ .

(c)  $f(x) = \sqrt{(x+1)/(x-1)}$ .

(d)  $f(x) = \log(x^2 - 1)$ .

(e)  $f(x) = x - \log(x)$ .

(f)  $f(x) = 1/(1 + e^{-x})$  (Ecuación logística).

(g)  $f(x) = 2(1 - e^{-x}) - x$  (Metabolización del alcohol).

2. Probar que para cada  $x > 0$ , se tiene

$$x - 1 \geq \log x \geq \frac{x - 1}{x}.$$

(Indicación: para la primera desigualdad considerar la función  $f(x) = x - 1 - \log x$ , calcular su valor mínimo y comprobar cómo es  $f'(x)$  a la derecha e izquierda de ese valor mínimo. Deducir que  $f(x) \geq 0$ . La segunda desigualdad es similar).

3. Probar que  $e^x \geq 1 + x$  para todo  $x \in \mathbb{R}$  (Pista: Estudiar la función  $f(x) = e^x - 1 - x$ ).