

Examen final de Cálculo 1 del Grado en Biología;  
10 de enero de 2024 (convocatoria ordinaria).

1. Determine si existen y calcule, en caso afirmativo, los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 - x^4}}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos(x)}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x - 1} + \sqrt{x + 1}}.$$

2. Estudie la continuidad y derivabilidad de la función

$$f(x) = |x^2 + x - 12|$$

3. Encuentre el cilindro de volumen  $1 \text{ m}^3$  que tiene área mínima. El volumen del cilindro recto de radio  $r$  y altura  $h$  es  $\pi r^2 h$  y el área es  $2\pi r^2 + 2\pi r h$ .
4. Determine el polinomio de Taylor de grado 4 de la función  $f(x) = \log(x)$  en el punto  $a = 1$ .  
(Por  $\log(x)$  hay que entender el logaritmo neperiano de  $x$ ).
5. Se considera la ecuación diferencial de Malthus  $x'(t) = ax(t)$ .  
Supóngase que si  $x(t)$  es una solución, entonces

$$x(5000) = \frac{x(0)}{2}.$$

Calcule el valor de la constante  $a$ .