

**Examen Final de Cálculo I.**  
**Grado en Biología; 10 de enero de 2023.**

1. Calcule los siguientes límites (2 puntos)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1} \right)^{\frac{x-3}{x^2-1}}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{2x - 4}.$$

2. Demuestra que la siguiente ecuación tiene al menos una solución y hállala con un error menor que 0,3: (2 puntos)

$$1 + \operatorname{sen}(x) = \sqrt{x}.$$

3. Calcular el dominio, imagen, signo y monotonía (crecimiento y decrecimiento) de la siguiente función: (2 puntos)

$$f(x) = xe^{-x}.$$

4. Determinar el polinomio de Taylor de grado 4 en el punto  $x = 0$  de la función  $f(x) = \operatorname{sen}(x)$ . ¿Cuánto es el error que cometemos si aproximamos  $\operatorname{sen}(1/2)$  utilizando el polinomio? (2 puntos)

5. Tenemos una población de bacterias que crece siguiendo la ley de crecimiento de Malthus

$$P'(t) = kP(t)$$

para un cierto  $k \in (0, \infty)$ . Si sabemos que a las 08:00 de la mañana había 4.000 bacterias y a las 12:00 había 8.000,

- ¿Cuántas habrá a las 20:00?
- ¿Cuántas había a las 10:00?

(2 puntos)