Tema 1: Introducción a las series temporales

Miguel González, Inés M^{a} del Puerto

Tema 1: Introducción a las series temporales

1 Definición y ejemplos

2 Clasificación

3 Objetivos

4 Métodos clásicos de análisis

Definición y ejemplos

Serie Temporal

Colección de observaciones que se toman secuencialmente a lo largo del tiempo

Ejemplos

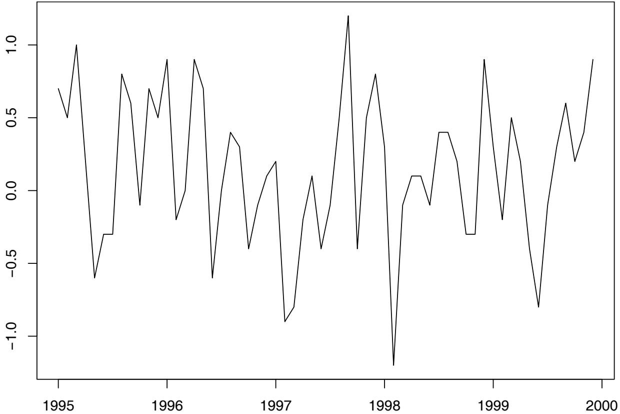
* Economía: Precios de venta en días sucesivos, Exportaciones totales en sucesivos años.
* Física (Meteorología, Geofísica,etc...): Lluvias en sucesivos días, Temperatura en sucesivos horas, Presión atmosférica en diversos días.
* Demografía: Población de España medida anualmente.
* Procesos de control
* Procesos binarios

Definición y ejemplos

Representación gráfica: Componentes de variación

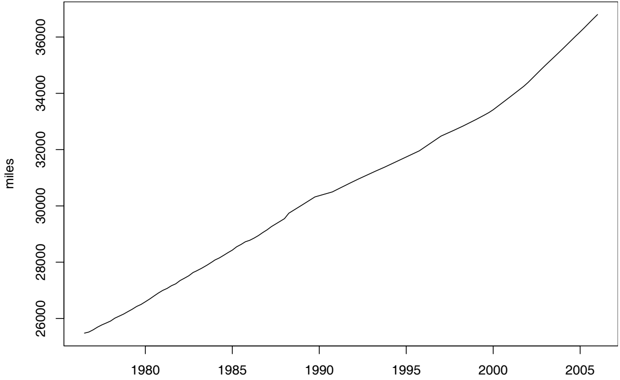
- Componente estacional
- Componente cíclica
- Componente tendencia
- Componente irregular

Definición y ejemplos



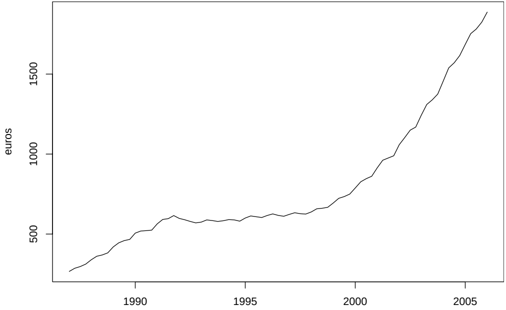
Variación mensual del IPC nacional relativo a alimentos y bebidas no alcohólicas. Fuente: INE

Definición y ejemplos



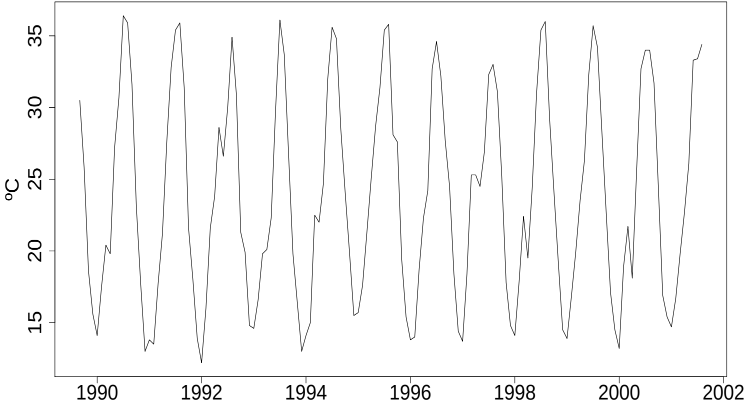
Población mayores de 16 años. Fuente: INE.

Definición y ejemplos



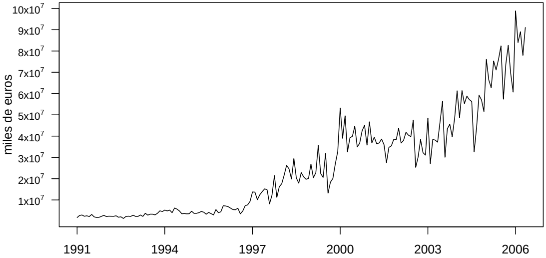
Precio medio del metro cuadrado de vivienda libre. Fuente: INE

Definición y ejemplos



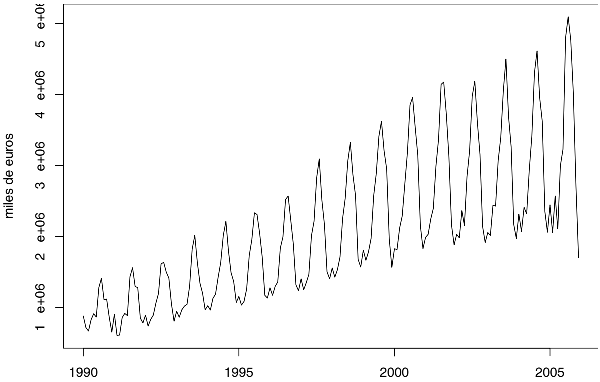
Temperatura máxima. Fuente INM

Definición y ejemplos



Total de acciones contratadas en el mercado bursátil español. Fuente: INE.

Definición y ejemplos



Ingreso y pagos por turismo. Fuente: INE.

Clasificación

Recogida de los datos tenemos:

- Continua
- Discreta
    - Muestral
    - Agregada o acumulada
    - Inherentes o discretas

Número de variables que observamos en cada tiempo:

- univariantes
- multivariantes

Objetivos

- Descripción
- Explicación
- Predicción
- Control

Métodos de clásicos de análisis

- Métodos de descomposición
- Métodos de suavizado exponencial

Métodos de descomposición

$$X_t = f(T_t, S_t, I_t),$$

X_t el valor de la serie en el tiempo t

T_t, S_t e I_t son la componente de tendencia-ciclo, estacional e irregular en el tiempo t, respectivamente.

f una función arbitraria.

Métodos de descomposición

- Modelo aditivo : $X_t = T_t + S_t + I_t$
- Modelo multiplicativo: $X_t = T_t \cdot S_t \cdot I_t$
- Modelo mixto: $X_t = T_t \cdot S_t + I_t$

(algunos autores consideran que el modelo multiplicativo es el que nosotros hemos considerado como mixto).

Paso clave: suavizado de los datos

Se entiende por suavizar los datos realizar una transformación de los mismos de manera que la serie resultante (nos referiremos a ella como serie suavizada) presente menos fluctuaciones que la original.

Métodos de descomposición

Media móvil: Transformación lineal de un conjunto de datos $\{x_t\}_{t=1}^n$, en $\{y_t\}_{t=1}^n$, donde

$$y_t = \sum_{r=-q}^{s} a_r x_{t+r},\ t = q+1, \ldots, n-s,$$

siendo s, q números enteros no negativos con

$$q + s \leq n + 1$$

y

$$\{a_r\}_{r=-q}^{s} \text{ constantes reales tales que } \sum_{r=-q}^{+s} a_r = 1$$

(En general, si $\sum_{r=-q}^{+s} a_r$ no es uno a esta transformación se le llama *filtro lineal*)

Métodos de descomposición

k MA: (k impar)

$$y_t = \frac{1}{k}\sum_{j=-m}^{m} x_{t+j},\ m = (k-1)/2$$

$2 \times k$ MA: (k par)

$$y_t = \frac{0{,}5}{k}x_{t-k/2} + \frac{1}{k}(x_{t-k/2+1} + \ldots + x_t + \ldots + x_{t+k/2-1}) + \frac{0{,}5}{k}x_{t+k/2}$$

Métodos de descomposición clásicos

1) Se estima la componente de tendencia por medio de una $2 \times s$ MA, i.e.

$$T_t = \frac{1}{2s} X_{t-s/2} + \frac{1}{s}\left(X_{t-s/2+1} + \ldots + X_t + \ldots + X_{t+s/2-1}\right) + \frac{1}{2s} X_{t+s/2}.$$

2) Se calcula la serie sin tendencia, denotada X_t', en la forma $X_t' = X_t - T_t = S_t + I_t$.

3) Se calculan los s-índices estacionales. Para este fin se crean s-subseries a partir de X_t', cada una correspondiente a periodos distintos en cada uno de los ciclos estacionales. Cada uno de los índices estacionales se obtiene restando a la media de los valores de cada respectiva subserie la media total de los datos X_t'. De este modo, por construcción, los índices estacionales suman cero.

4) Finalmente la componente irregular se calcula restando a los datos originales la componente de tendencia estimada en el paso 1 y la componente estacional estimada en el paso 3.

Métodos de descomposición: STL

Suavizado por regresión local. Dada una serie $\{x_t\}_{t=1}^n$, veamos cómo construir la serie suavizada, que denotaremos $\{y_t\}_{t=1}^n$.

1) Consideramos $2m$ datos alrededor de x_t,

$$x_{t-m}, \ldots, x_{t-1}, x_t, x_{t+1}, \ldots, x_{t+m},$$

siendo m un número entero no negativo, $m \leq \frac{n}{2} - 1$, que llamaremos *parámetro de suavizado*.

2) A los $2m+1$ pares de datos

$$(r, x_r), r = t-m, \ldots, t-1, t, t+1, \ldots, t+m,$$

ajustamos una recta de regresión mediante el método de mínimos cuadrados ponderados con pesos $\{a_j\}_{j=-m}^m$, i.e., buscamos los valores de a, b que minimicen $\sum_{j=-m}^m a_j(x_{t+j} - (a + b(t+j)))^2$.

3) El valor de dicha recta de regresión el el punto t será y_t, el valor de la serie suavizada correspondiente a x_t.

Métodos de descomposición: STL

$S_t^{(k)}$ y $T_t^{(k)}$, $t = 1, \ldots, n$ estimaciones de las componentes estacional y tendencia k-ésima iteración.

1) Se calcula la serie sin tendencia restando a los datos originales la tendencia estimada en la k-ésima iteración.

2)Tenemos $n = rs$ datos, denotemos por

$$\{X_j^{(1)}\}_{j=1}^r, \ldots, \{X_j^{(s)}\}_{j=1}^r$$

a las s–subseries. Estas subseries se suavizan de forma separada por el método de suavizado de Loess, obteniendo las series suavizadas denotadas

$$\{Y_j^{(1)}\}_{j=1}^r, \ldots, \{Y_j^{(s)}\}_{j=1}^r.$$

Hay que seleccionar el parámetro de suavizado m_s, el mismo para las s-subseries. Una estimación inicial para la componente estacional es

$$C_t^{(k+1)} = Y_j^{(i)}, \text{ para } t = i + s(j-1).$$

Métodos de descomposición: STL

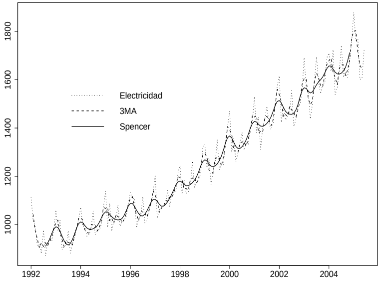
3) Se realiza una $3 \times$ s $\times$ s MA seguida de un suavizado de Loess de parámetro m_l a la serie $C_t^{(k+1)}$. Denotamos esta serie suavizada por $L_t^{(k+1)}$.

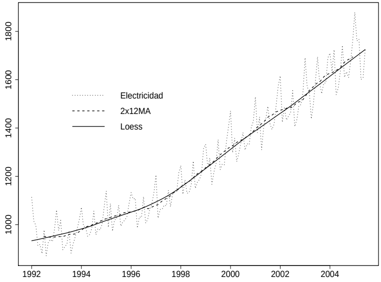
4) La estimación de la componente estacional en la iteración $k+1$, es $S_t^{(k+1)} = C_t^{(k+1)} - L_t^{(k+1)}$.

5) A los datos originales se le resta la componente estacional adaptada en el paso 4.

6) La serie obtenida en el paso 5 tras un suavizado de Loess con parámetro m_t es $T_t^{(k+1)}$.

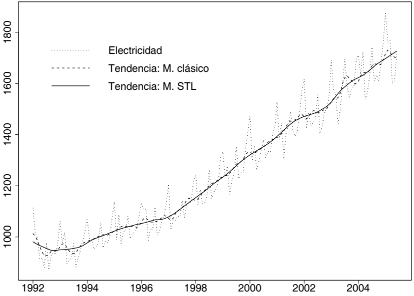
Ejemplo: Métodos de descomposición



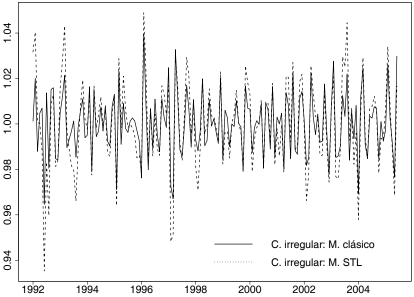


Series suavizadas de los datos de consumo total de electricidad.

Ejemplo: Métodos de descomposición



Componentes de tendencia estimadas



Componentes irregulares

Ejemplo: Métodos de descomposición

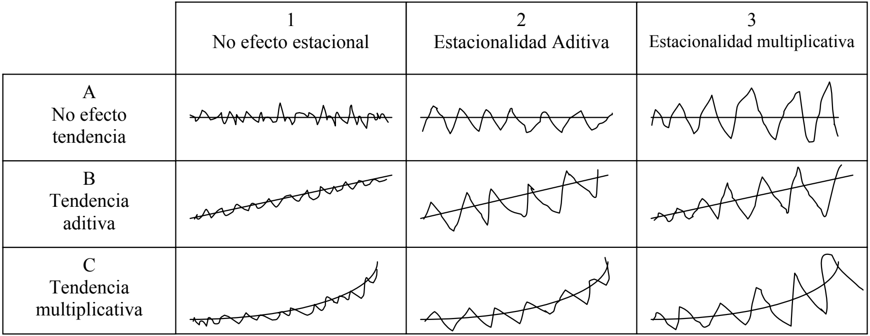
	Descomposición Clásica	Descomposición STL
Enero	1.097	1.1
Febrero	0.992	1
Marzo	1.025	1.026
Abril	0.944	0.944
Mayo	0.968	0.965
Junio	0.985	0.982
Julio	1.041	1.042
Agosto	0.953	0.954
Septiembre	0.968	0.97
Octubre	0.978	0.979
Noviembre	1	1.001
Diciembre	1.048	1.049

Cuadro: *Índices estacionales.*

Métodos de suavizado exponencial

- Método de suavizado exponencial simple
- Método de suavizado exponencial de Holt
- Método de suavizado exponencial del Holt-Winter

Métodos de suavizado exponencial



Conductas de datos según la clasificación de Pegel.

Métodos de suavizado exponencial

Sea $\{x_t\}_{t=1}^n$ una serie temporal.

Método de suavizado exponencial simple

Método iterativo que proporciona una serie suavizada, $\{\hat{x}_t\}_{t=1}^n$, del siguiente modo:

$$\hat{x}_{t+1} = \alpha x_t + (1-\alpha)\hat{x}_t,$$

donde $\alpha \in [0,1]$ parámetro de suavizado.
Entendiendo (esto será así para todos los métodos de suavizado exponencial) el valor $\hat{x}_{t+1}$ como la predicción dada por el método para el dato x_{t+1} con la información disponible hasta el tiempo t,

$$\hat{x}_{t+1} = \alpha x_t + \alpha(1-\alpha)x_{t-1} + \ldots + \alpha(1-\alpha)^{t-1}x_1 + (1-\alpha)^t\hat{x}_1.$$