



DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

FACULTAD DE CIENCIAS
CURSO 2003-2004

Examen Final de Estadística Aplicada.
LICENCIATURA EN CIENCIAS MATEMÁTICAS
24 de Enero de 2004

Teoría.

- 1) Define los conceptos de Modelo Lineal General (en el caso Normal) y Modelo Lineal Generalizado.
- 2) Sea $Y = X\beta + \mathcal{E}$ un modelo lineal de rango no completo, $r(X) = k < p$, tal que $E[\mathcal{E}] = 0$ y $E[\mathcal{E}\mathcal{E}^t] = \sigma^2 I_n$. Prueba que existe una matriz Z , $n \times k$ de rango k , y una reparametrización α que lo reducen a un modelo de rango completo $Y = Z\alpha + \mathcal{E}$.

Problemas.

- 1) Sea $Y = X\beta + \mathcal{E}$ un modelo lineal de rango no completo donde X es una matriz $n \times p$ con $r(X) = k$ y $\mathcal{E} \sim N_n(0, \sigma^2 I_n)$. Sea $\hat{\beta}$ una solución cualquiera de las ecuaciones normales y $S^2 = \frac{1}{n-k}(Y - X\hat{\beta})^t(Y - X\hat{\beta})$. Prueba que

$$1 - \alpha = P\left(\left(\beta - \hat{\beta}\right)^t X^t X (\beta - \hat{\beta}) \leq k S^2 F_\alpha(k, n - k)\right)$$

- 2) Considera el modelo lineal

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + (\tau\alpha)_{ij} + \mathcal{E}_{ijk} \quad , \quad i = 1, \dots, r \quad , \quad j = 1, \dots, b \quad , \quad k = 1, \dots, n.$$

tal que $\mathcal{E} = (\mathcal{E}_{111}, \dots, \mathcal{E}_{rbn})^t \sim N_{rbn}(0, \sigma^2 I_{rbn})$.

- (a) Comprueba que se trata de un modelo lineal de rango no completo (se llama *modelo anidado*), calcula las ecuaciones normales y obtén una solución cualquiera de las mismas.
- (b) Obtén una base del espacio de funciones estimables y determina sus estimadores lineales insesgados de mínima varianza.
- (c) ¿Es estimable la hipótesis nula

$$H_0 : (\tau\alpha)_{11} = \dots = (\tau\alpha)_{1b} ; (\tau\alpha)_{21} = \dots = (\tau\alpha)_{2b} ; \dots ; (\tau\alpha)_{r1} = \dots = (\tau\alpha)_{rb}?$$



DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

FACULTAD DE CIENCIAS
CURSO 2003-2004

Examen Final Práctico de Estadística Aplicada.

LICENCIATURA EN CIENCIAS MATEMÁTICAS

24 de Enero de 2004

Se ha realizado un estudio medioambiental en el que se han medido las variables nivel de ozono (en ppb) y temperatura (en grados centígrados) en tres ciudades españolas (Badajoz, Madrid y Sevilla) a lo largo de un año, tomándose 40 observaciones de ambas variables para cada ciudad. Los datos obtenidos se encuentran en el archivo `ozono.dat`.

- a) En primer lugar se pensó determinar si existen diferencias entre las tres ciudades en cuanto al nivel de ozono. Realiza tu dicho estudio obteniendo las conclusiones más completas que puedas.
- b) Posteriormente se consideró que la variable temperatura podía determinar de algún modo el nivel de ozono y que la relación entre ambas podía variar de unas ciudades a otras. Realiza el estudio adecuado para determinar dicha relación y si esta es la misma en las tres ciudades. Presenta los resultados de la manera más completa que sepas. ¿Son concordantes las conclusiones sacadas en este apartado con las del anterior?.