Análisis Exploratorio de Datos.

Medidas Descriptivas.

Estadístico	**¿Qué mide?**	**Robustez**
Media ($\bar{x}$)	Centralización de la distribución	No
Media recortada ($\bar{x}_{\text{trimm}}$)	Centralización de la distribución	Sí
Mediana ($\tilde{x}$)	Centralización de la distribución	Sí
Media Geométrica ($\bar{x}_g$)	Centralización de la distribución	Sí
Varianza (s^2)	Dispersión de la distribución	No
Desviación Típica (s)	Dispersión de la distribución	No
Rango (R)	Dispersión de la distribución	No
Rango Intercuartílico (R_I)	Dispersión de la distribución	Sí
Desviación Absoluta Mediana (MAD)	Dispersión de la distribución	Sí
Coeficiente de variación (C.V.)	Dispersión/centralización de la distribución	No
Coeficiente de Asimetría (γ_1)	Forma de la distribución	No
Coeficiente de Curtosis (γ_2)	Forma de la distribución	No

Análisis Exploratorio de Datos.

Medidas Descriptivas.

1. Media Recortada (trimmed mean):

$$\bar{x}_{\text{trimm}} = \frac{1}{n - 2[\alpha n]} \sum_{i=[\alpha n]+1}^{n-[\alpha n]} x_{(i)}$$

siendo $\alpha \in [0, 0.5]$ y $[x]$ el mayor entero $\leq x$.

- Robusta a veces (dependiendo del valor de α).

2. Media Geométrica:

$$\bar{x}_g = \exp\left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \log(x_i)\right\}$$

- Se utiliza habitualmente para describir datos positivos.
- Estima la verdadera mediana de la distribución log-normal ($Y \sim LN(\mu, \sigma^2)$ si y sólo si $\log(Y) \sim N(\mu, \sigma^2)$).
- $\bar{x}_g \leq \bar{x}$ (se da la igualdad si y sólo si todas las observaciones son iguales).
- Robusta (del mismo modo que la mediana).

3. Desviación Absoluta mediana:

$$\text{MAD} = \text{mediana}(|x_i - \tilde{x}|, \quad i = 1, \ldots, n)$$

- Robusta.

4. Coeficiente de Asimetría:

$$\gamma_1 = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3}{s^3}$$

- $\gamma_1 = 0$–distribución simétrica. $\gamma_1 > 0$–distribución asimétrica hacia valores grandes de la variable. $\gamma_1 < 0$–distribución asimétrica hacia valores pequeños de la variable.
- No robusta.

5. Coeficiente de Curtosis:

$$\gamma_2 = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4}{s^4} - 3$$

- $\gamma_2 = 0$–distribución normal. $\gamma_2 > 0$–más apuntada que la distribución normal. $\gamma_2 < 0$–más aplastada que la distribución normal.
- No robusta.

Análisis Exploratorio de Datos.

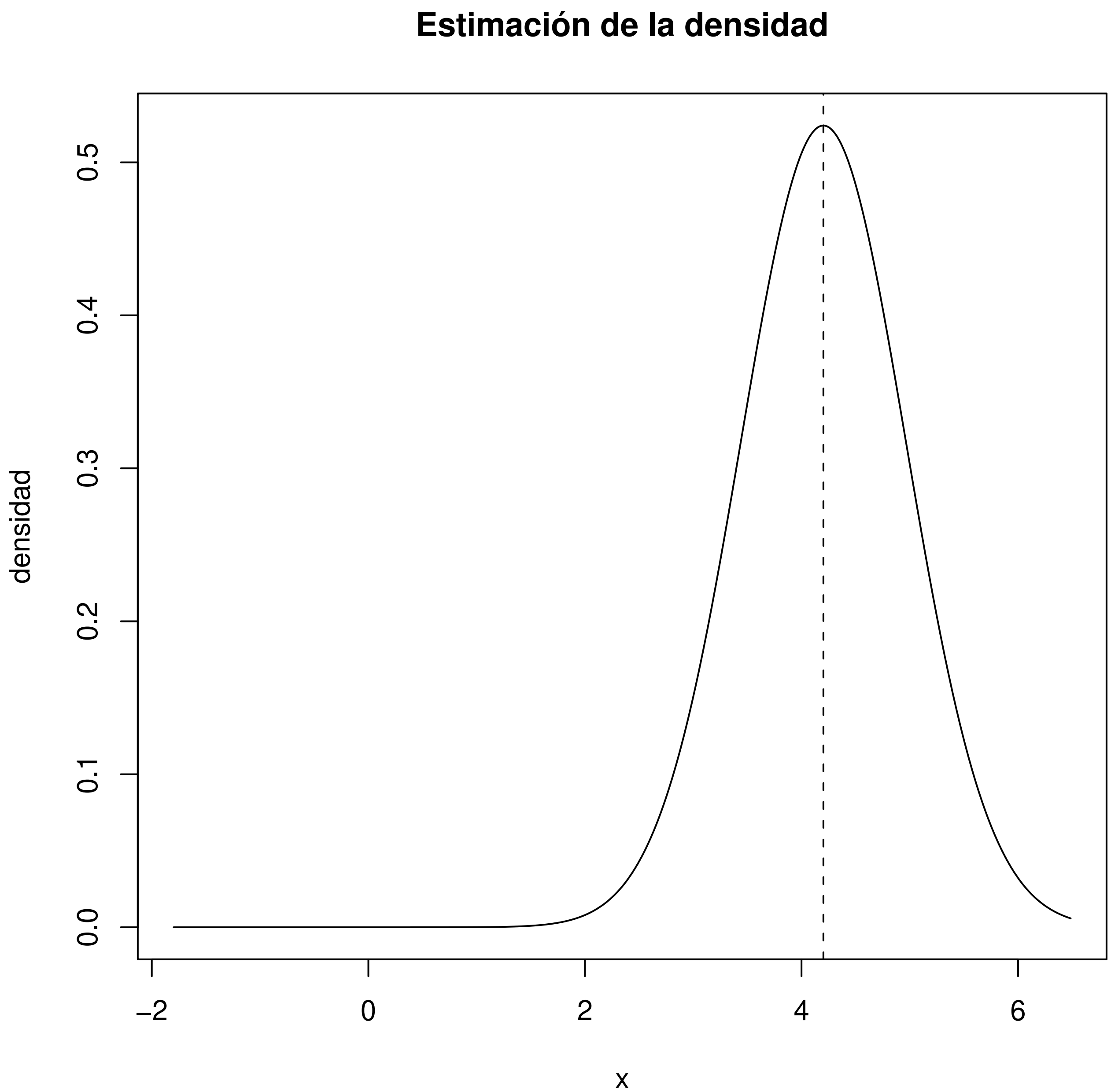
Gráficos Univariantes.

1. Estimación de la densidad.

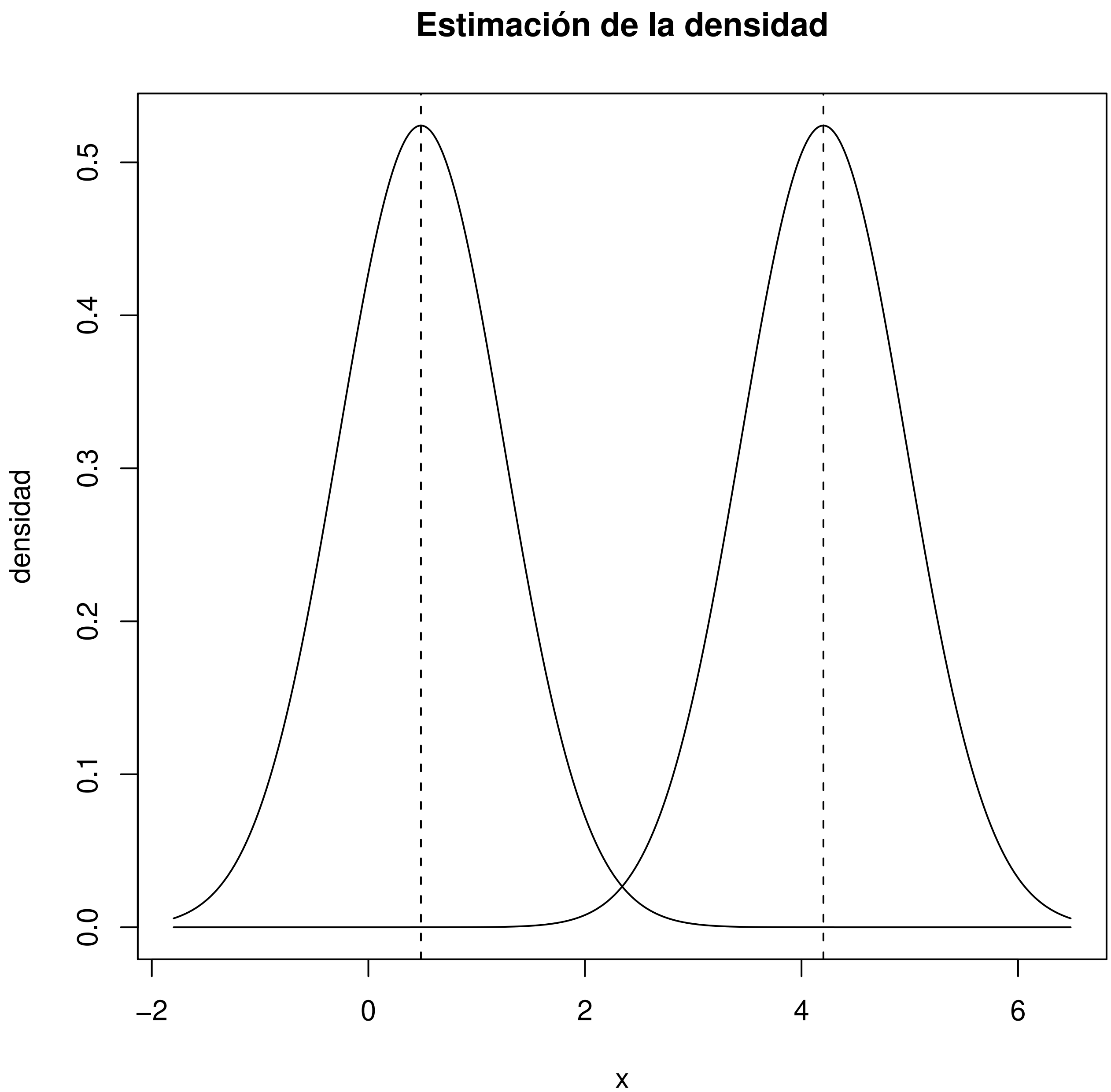
- Muestra: $x_1, \ldots, x_n$.
- Estimación de la función de densidad:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nb} \sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x - x_i}{b}\right)$$

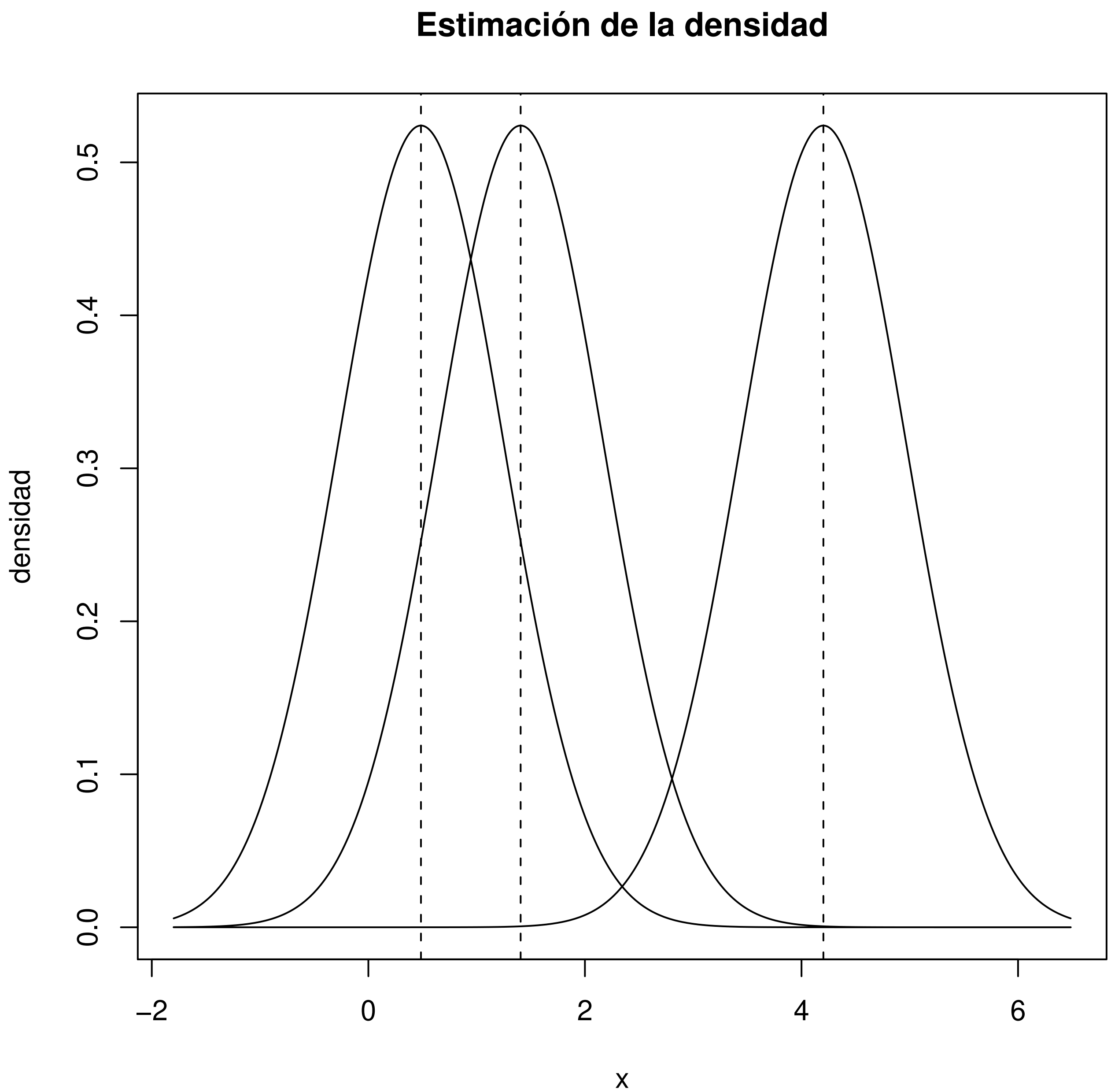
  - $K(\cdot)$ es la función núcleo (habitualmente una función de densidad). Consideraremos la función de densidad de la $N(0,1)$.
  - b es el ancho de banda. En nuestro caso representa la desviación típica de la función núcleo, pues $\frac{1}{b}K(\frac{x-x_i}{b})$ es la densidad de la distribución $N(x_i, b^2)$

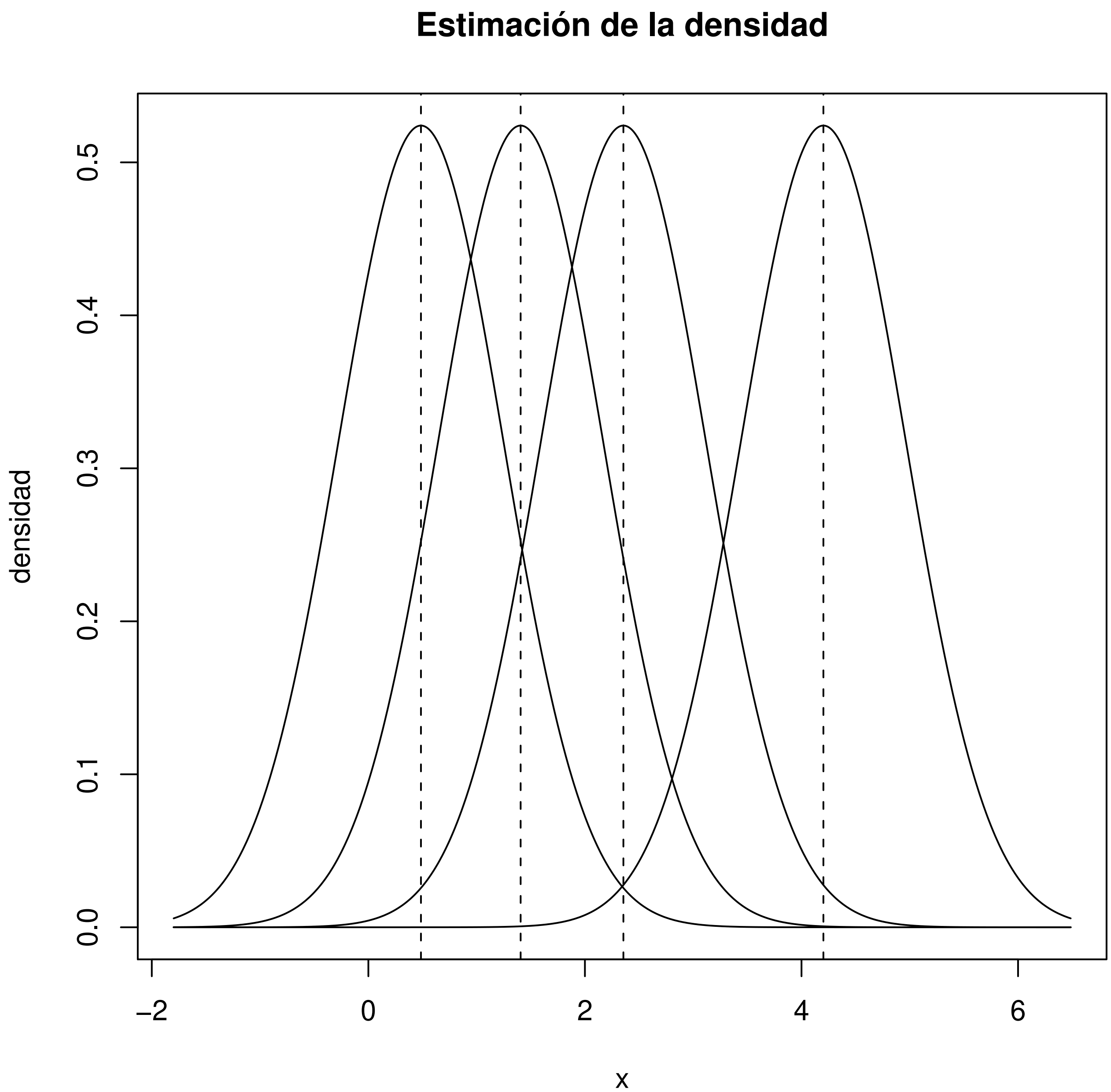


Estimación de la densidad
densidad
x
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
−2
0
2
4
6

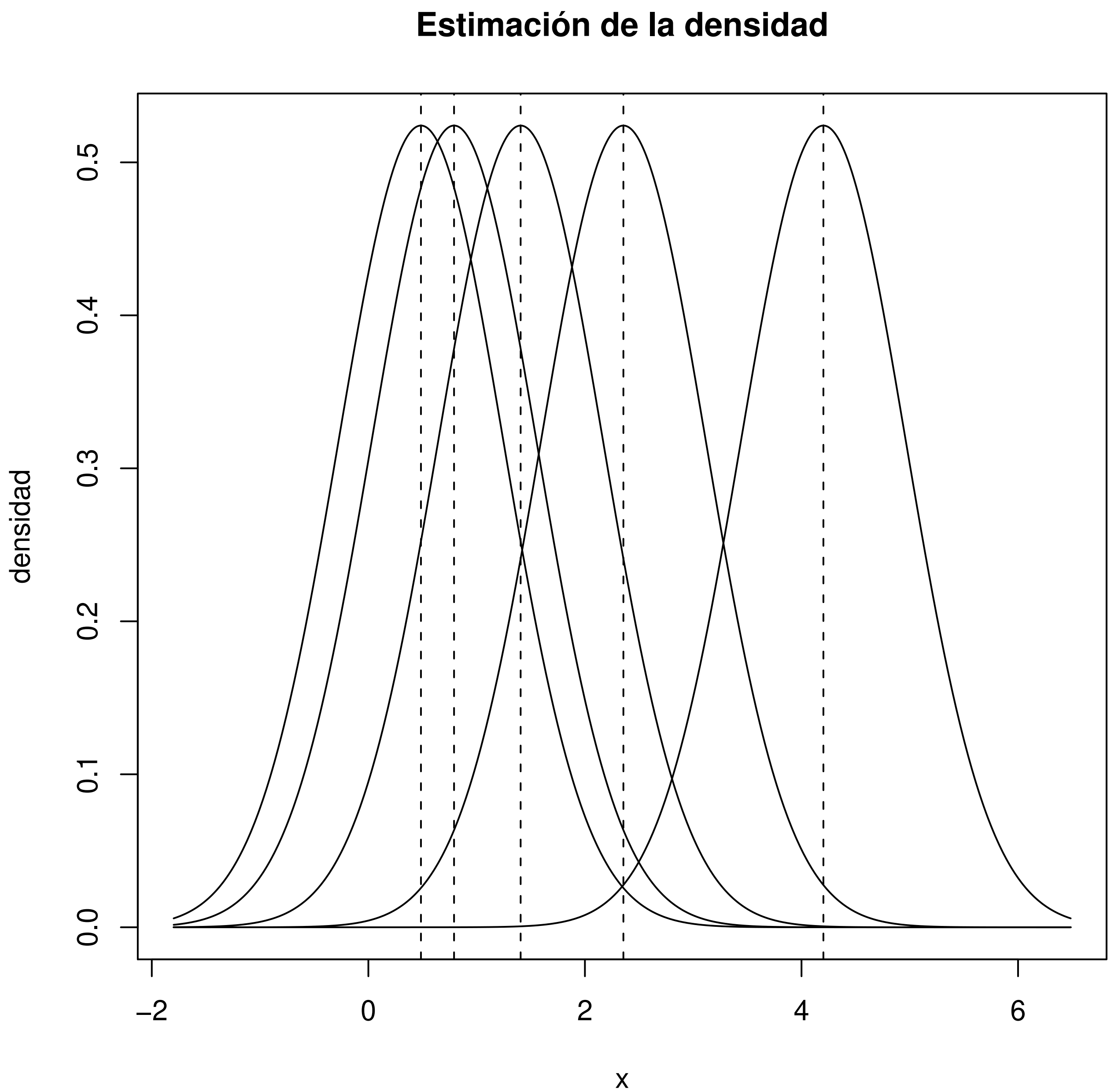


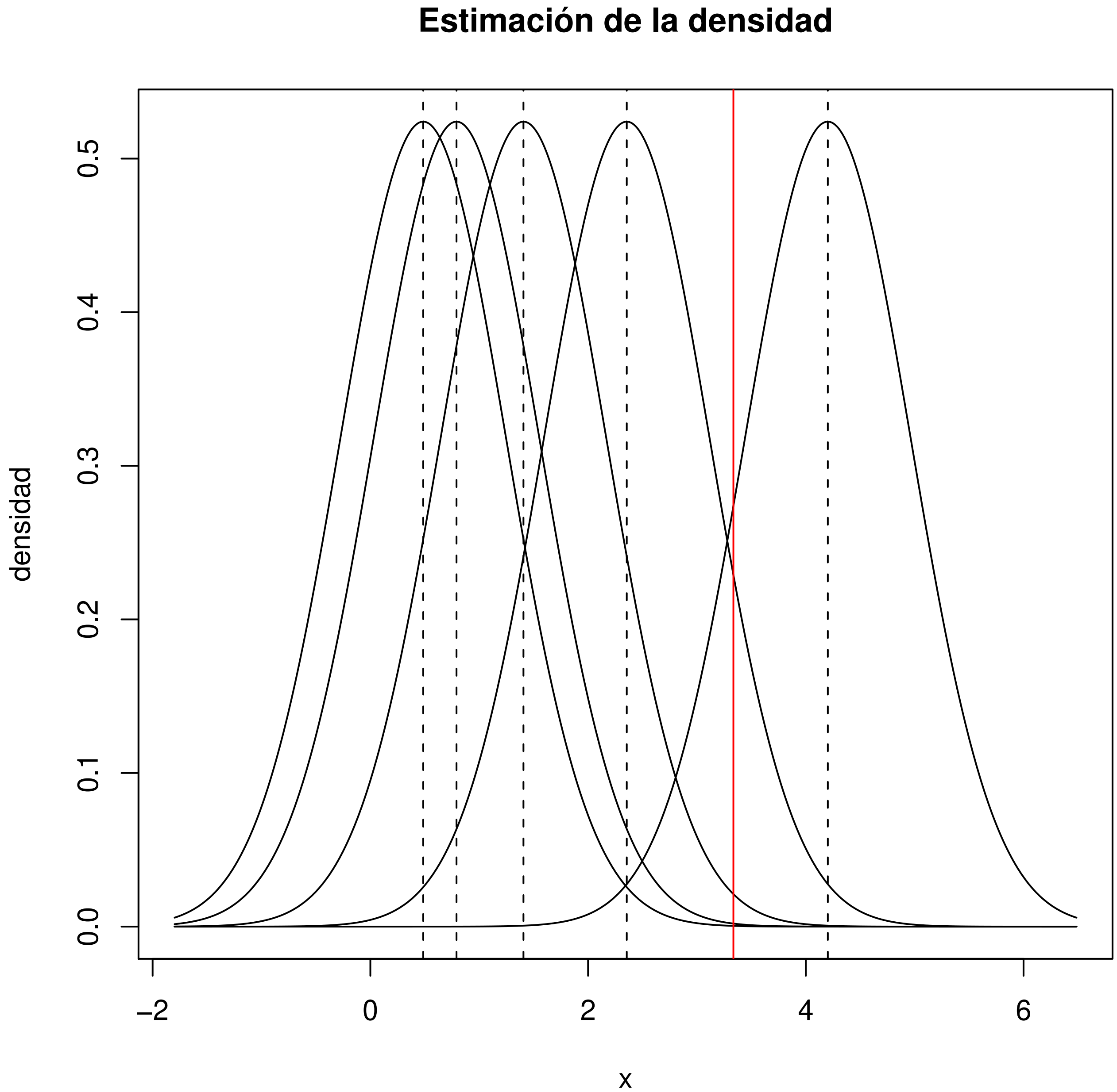
Estimación de la densidad
densidad
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
−2
0
2
4
6
x

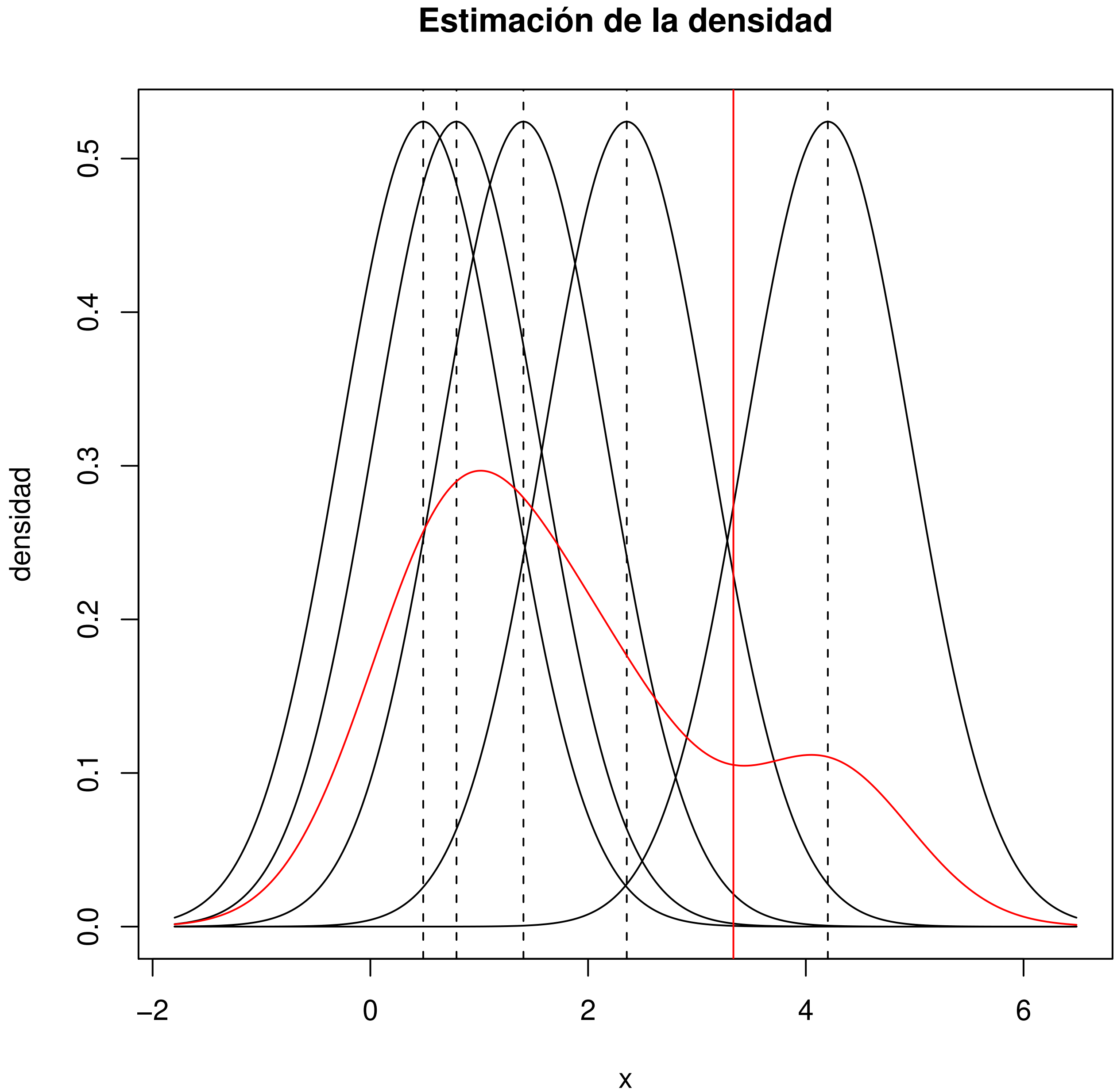

Estimación de la densidad
densidad
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
−2
0
2
4
6
x

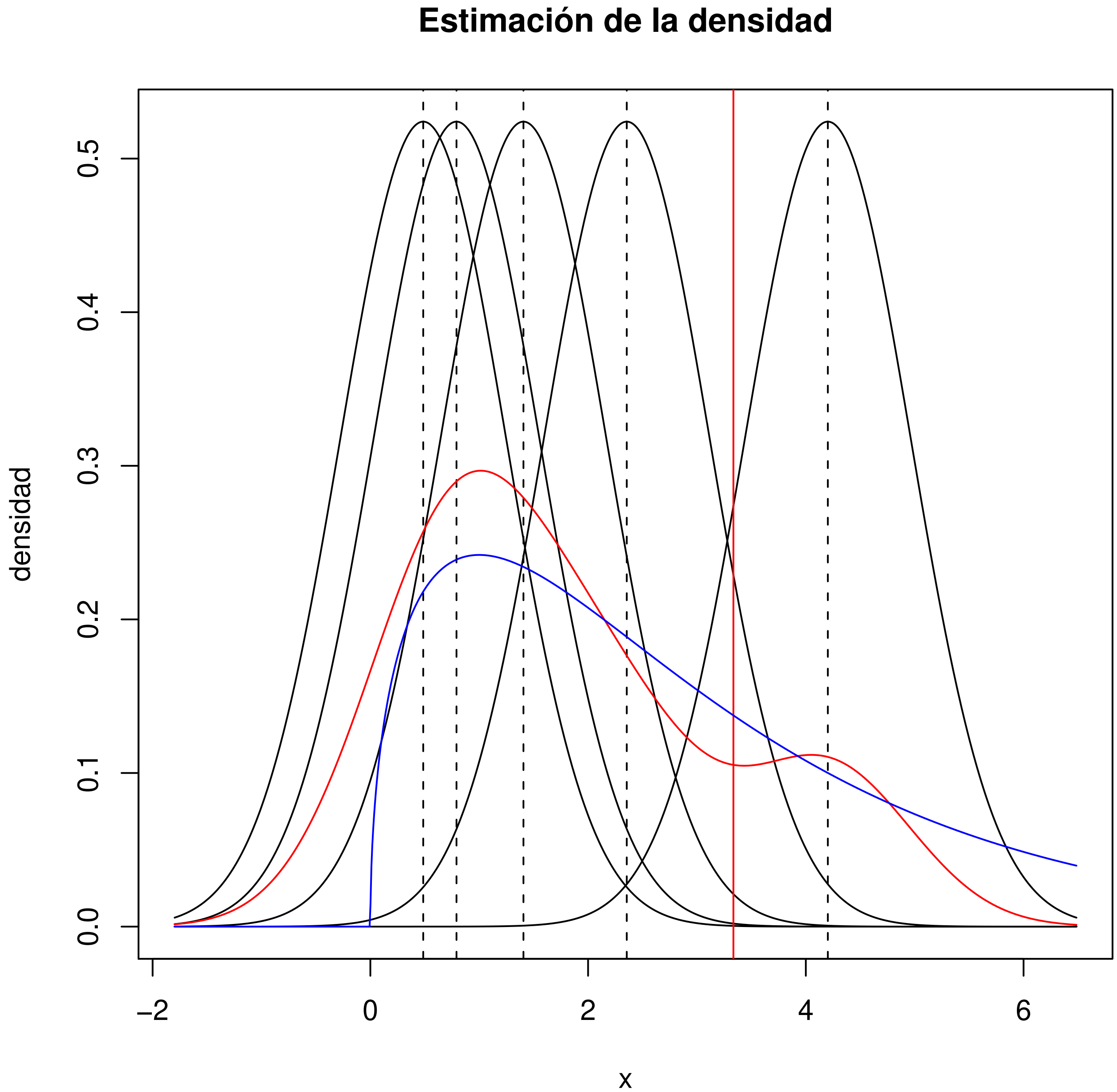


Estimación de la densidad
densidad
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
–2
0
2
4
6
x


Estimación de la densidad
densidad
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
−2
0
2
4
6
x


Estimación de la densidad
densidad
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
–2
0
2
4
6
x


Estimación de la densidad
densidad
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
−2
0
2
4
6
x



Estimación de la densidad
densidad
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
x
−2
0
2
4
6

2. Gráficos de Cuantiles o de la función de distribución empírica.

- Muestra ordenada de menor a mayor: $x_{(1)}, \ldots, x_{(n)}$
- Estimación de $p_i = P(X \leq x_{(i)})$: $\hat{p}_i$, $i = 1, \ldots, n$.
  - $\hat{p}_i = \dfrac{\sharp\{j \in \{1, \ldots, n\} \colon x_j \leq x_{(i)}\}}{n}$.
  - $\hat{p}_i = \dfrac{i-a}{n-2a+1}$, $a \in [0, 1]$.

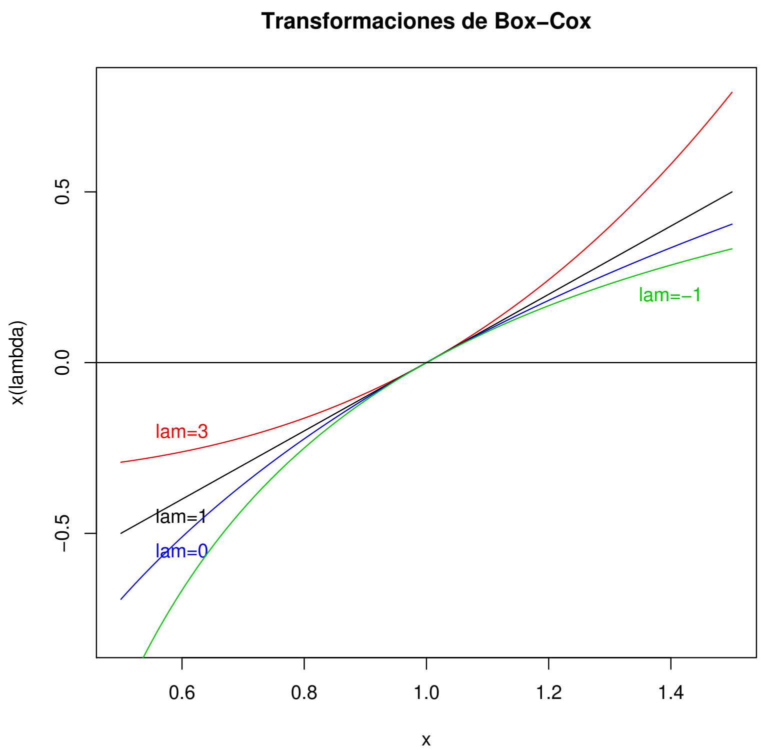
Nombre	**a**	**Distribución habitual**
Weibull	0	Weibull, Uniforme
Mediana	0.3175	Varias
Bloom	0.375	Normal y otras
Cunnane	0.4	Varias
Gringorten	0.44	Gumbel
Hazen	0.5	Varias

- Función de distribución empírica.
  - Distribución discreta: $\hat{F}(x) = \hat{p}_i$ si $x_{(i)} \leq x < x_{(i+1)}$, $x \in \mathbb{R}$.
  - Distribución continua: $\hat{F}(x) = (1-r)\hat{p}_i + r\hat{p}_{i+1}$, con $r = \frac{x - x_{(i)}}{x_{(i+1)} - x_{(i)}}$, $x \in \mathbb{R}$.

3. Transformaciones de Box-Cox.

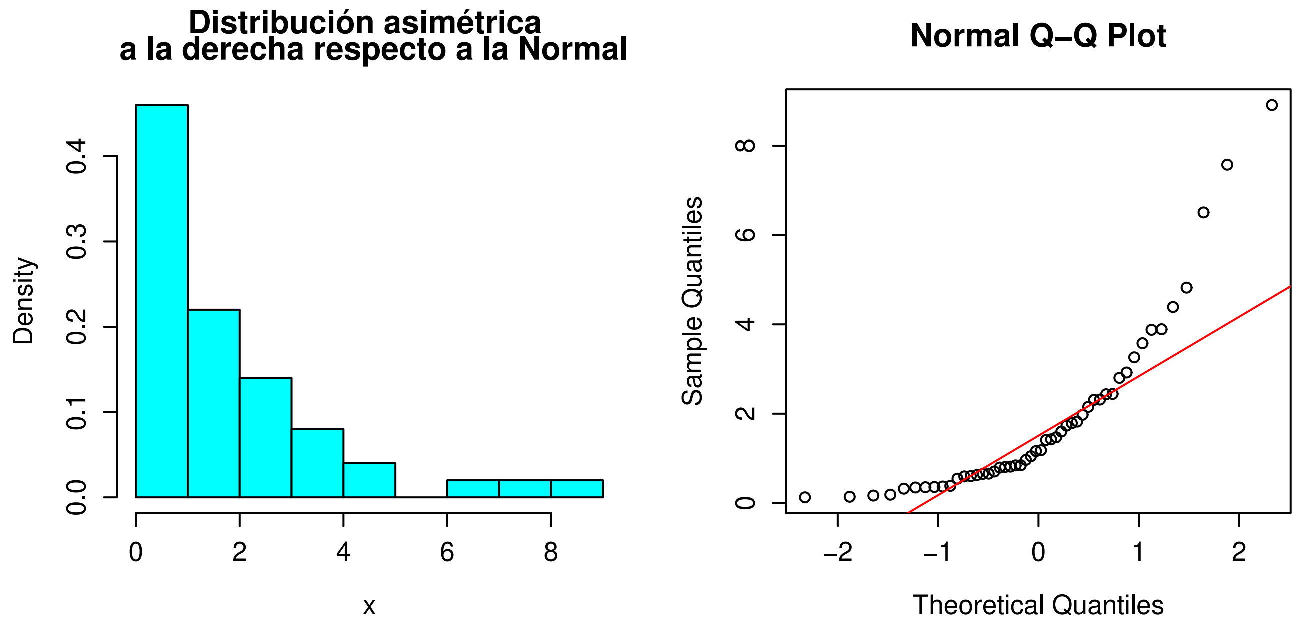
Dado $x > 0$, definimos

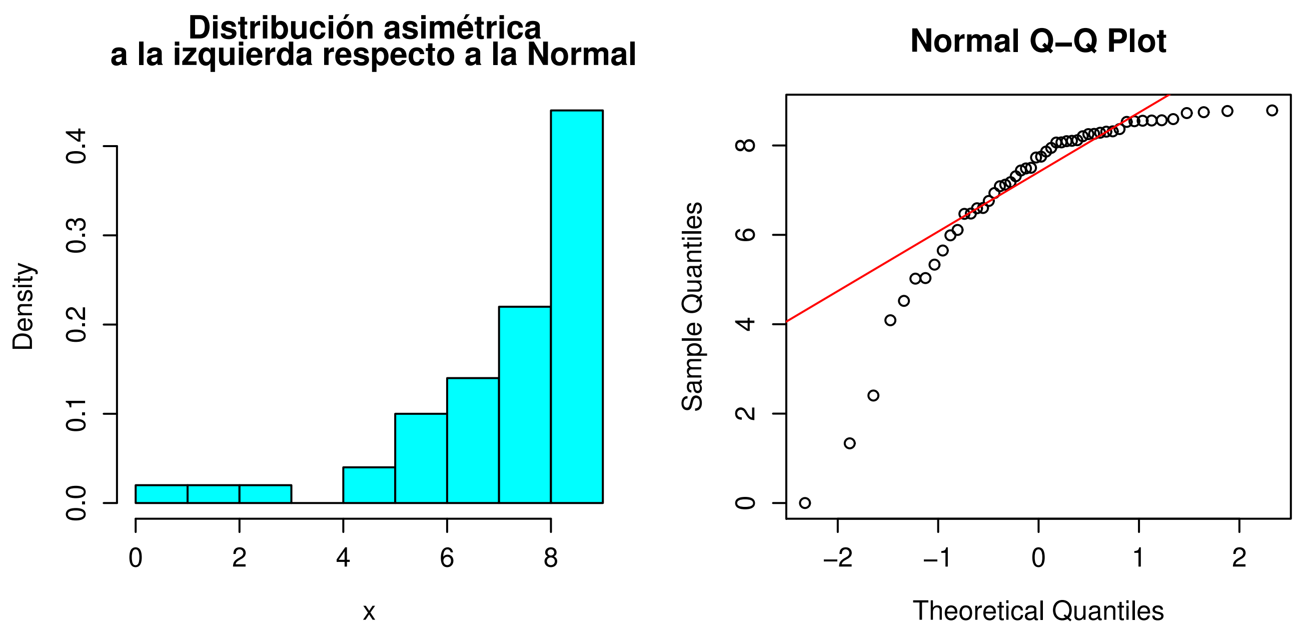
$$x^{(\lambda)} = \begin{cases} \dfrac{x^\lambda - 1}{\lambda} & \text{si } \ \lambda \neq 0 \\ \log(x) & \text{si } \ \lambda = 0 \end{cases}$$

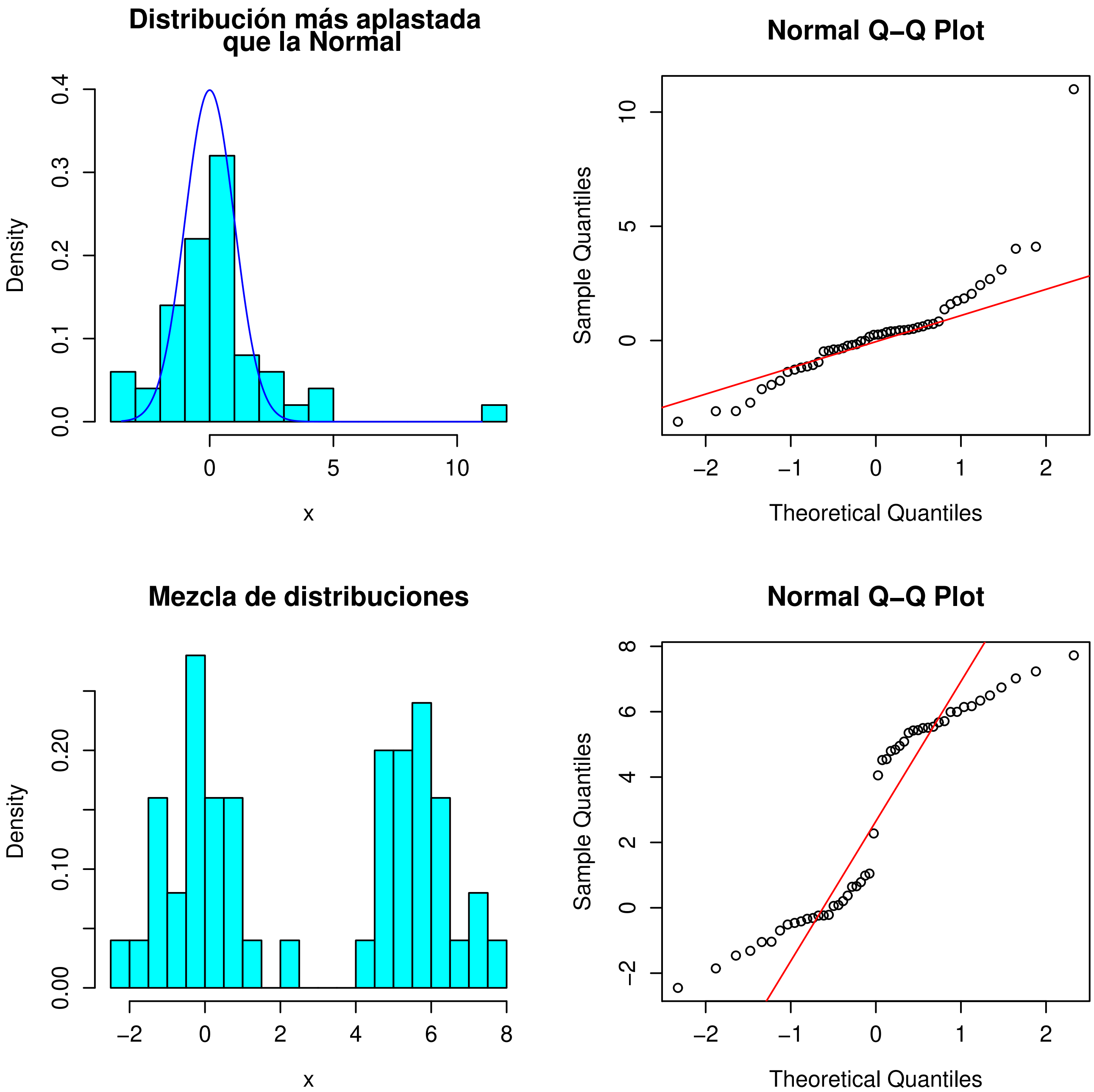


4. Gráficos Q-Q.

- Eje X: $q_1, \ldots, q_n$, siendo q_i tal que $P(Z \leq q_i) = \hat{p}_i$, $i = 1, \ldots, n$, y $Z \sim N(0, 1)$.
- Eje Y: $x_{(1)}, \ldots, x_{(n)}$ muestra ordenada de menor a mayor de la población X.
- $P(X \leq x_{(i)}) \simeq \hat{p}_i$, $i = 1, \ldots, n$.
  Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, entonces $\hat{p}_i = P(Z \leq q_i) = P(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq q_i) = P(X \leq \sigma q_i + \mu)$, $i = 1, \ldots, n$
- Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$:
  - Nube de puntos en forma de $\bigcup$: distribución asimétrica a la derecha respecto a la campana normal.
  - Nube de puntos en forma de $\bigcap$: distribución asimétrica a la izquierda respecto a la campana normal.
  - Nube de puntos en forma de S: distribución más apuntada que la campana normal.
  - Nube de puntos en forma de S invertida: distribución más aplastada que la campana normal.
  - Nube de puntos en dos líneas separadas: mezcla de distribuciones.
  - Nube de puntos con puntos alineados salvo uno aislado: valor extremo.


Distribución asimétrica
a la derecha respecto a la Normal
Density
x
Normal Q–Q Plot
Sample Quantiles
Theoretical Quantiles


Distribución asimétrica
a la izquierda respecto a la Normal
Density
x
Normal Q–Q Plot
Sample Quantiles
Theoretical Quantiles


Distribución más aplastada
que la Normal
Density
x
Normal Q–Q Plot
Sample Quantiles
Theoretical Quantiles
Mezcla de distribuciones
Density
x
Normal Q–Q Plot
Sample Quantiles
Theoretical Quantiles