

EL LIBRO COMO UNIVERSO,
LA EDUCACIÓN EN LIBRO

| SÍGUENOS

- www.editorialaulamagna.com
- facebook.com/editorialaulamagna/
- linkedin.com/company/editorialaulamagna



Fundamentos de estadística matemática

Este libro contiene temas de estadística matemática que han sido impartidos durante más de 35 años en los estudios de Matemáticas de la Universidad de Extremadura (España). Dichos contenidos han sido ampliados con otros temas de interés, incluyendo alguna investigación original del autor. El libro hace uso de un lenguaje matemáticamente riguroso, basado en la teoría de la medida, pero procura mantener, mediante observaciones explicativas, la idea intuitiva y la interpretación estadística de los conceptos y resultados presentados.

Cada capítulo incluye una relación de problemas, de los cuales, en algunos casos, se facilita la solución o, al menos, alguna indicación. En consecuencia, el lector destinatario debería ser un estudiante universitario de grado o posgrado que haya cursado, como mínimo, los contenidos de los dos primeros cursos del Grado en Matemáticas o una formación equivalente.



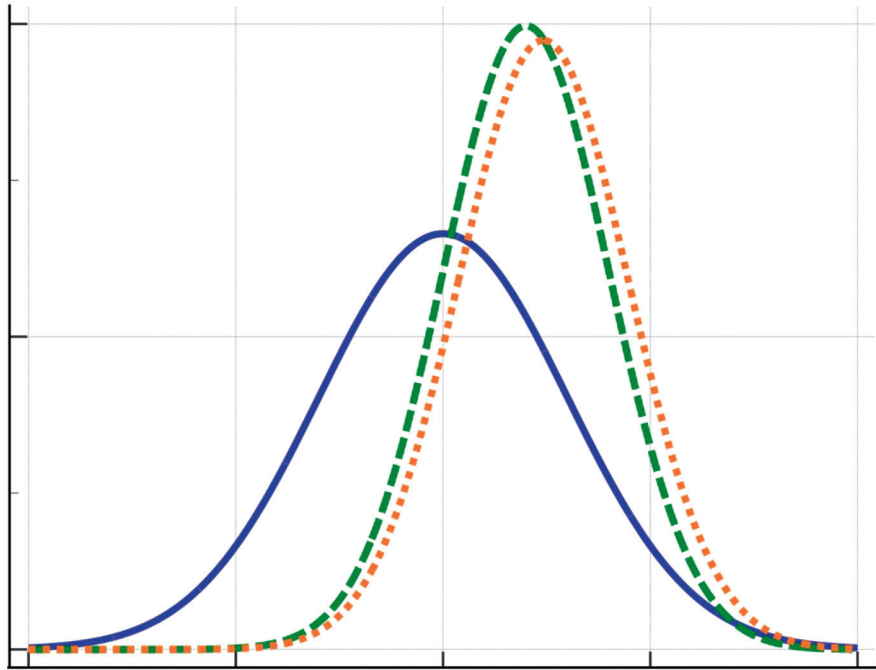
Fundamentos de estadística matemática

Agustín García Nogales



Agustín García Nogales

Fundamentos de estadística matemática



Agustín García Nogales

Licenciado en Ciencias (Sección Matemáticas) y doctor en Ciencias (Sección Matemáticas) por la Universidad de Extremadura, y profesor de esta misma universidad desde 1984 (salvo un año en el que disfrutó de una beca predoctoral en Francia, en el Laboratorio de Análisis Funcional de la Universidad Pierre et Marie Curie - Paris VI, para la obtención del Diplôme d'Études Approfondies en 1986). Es catedrático de universidad desde 1996.

Tras la finalización de su tesis doctoral en 1987, desarrollada en el ámbito del análisis funcional, su labor docente e investigadora se ha centrado en el campo de la estadística matemática y la bioestadística. Es autor de numerosas publicaciones científicas —entre libros y artículos— y ha dirigido varias tesis doctorales en estadística matemática y en aplicaciones de la estadística a las ciencias de la salud.

FUNDAMENTOS DE
ESTADÍSTICA
MATEMÁTICA

Agustín García Nogales

2025

Índice general

Prólogo	I
Prólogo del libro <i>Estadística Matemática</i>	V
0. PRELIMINARES: PROBABILIDAD Y MEDIDA	1
0.1. Espacios de Medida. Integración	2
0.2. Medida Imagen. Suma de Medidas. Medida Producto e Independencia. Medida de Transición. Densidades	13
0.3. V/F Capítulo 0 (*)	27
0.4. Problemas Capítulo 0	34
1. ESPERANZA CONDICIONAL	51
1.1. Definición de Esperanza Condicional	52
1.2. Distribución Condicional y Distribución Conjunta de Variables Aleatorias	63
1.3. Desigualdad de Jensen para la Esperanza Condicional	78
1.4. V/F Capítulo 1 (*)	86
1.5. Problemas Capítulo 1	90
2. INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA MATEMÁTICA	99
2.1. Teorema de Glivenko-Cantelli o Teorema Fundamental de la Estadística Matemática	100

2.2.	Estructuras Estadísticas, Estadísticos y otras Nociones Básicas . .	107
2.3.	Suficiencia, Completitud y Libertad	121
2.4.	Suficiencia Minimal (*)	135
2.5.	Estructuras Estadísticas Exponenciales	148
2.6.	Dos Teoremas de Basu (*)	159
2.7.	Introducción a la Teoría de la Decisión. Metodología de la Estadística	162
2.8.	V/F Capítulo 2 (*)	174
2.9.	Problemas Capítulo 2	179
3.	ESTIMACIÓN PUNTUAL	187
3.1.	El Problema de Estimación Puntual	188
3.2.	Estimadores Insesgados de Mínima Varianza	196
3.3.	Muestreo en Poblaciones Finitas (*)	208
3.4.	Información de Fisher	215
3.5.	Principio de Invarianza: Estimación Puntual (*)	222
3.6.	Teorema de Lehmann-Scheffé en Estimación Puntual No Paramétrica (*)	234
3.7.	Estimación Puntual bajo el Punto de Vista Bayesiano	241
3.8.	Métodos Bootstrap (*)	252
3.9.	Estimación Conjuntista: Primera Aproximación	259
3.10.	Estadística Asintótica: Estimación Puntual (*)	268
3.11.	Estimación de Probabilidades y Estimación de Densidades (Punto de Vista Frecuentista) (*)	279
3.12.	Estimación de Probabilidades y Estimación de Densidades (Punto de Vista Bayesiano) (*)	296
3.13.	V/F Capítulo 3 (*)	324
3.14.	Problemas Capítulo 3	328
4.	CONTRASTE DE HIPÓTESIS	345
4.1.	El Problema de Contrastar Hipótesis	346

4.2. Tests UMP	357
4.3. Tests Insesgados (*)	376
4.4. Contraste de Hipótesis en Estructuras Exponenciales Uniparamétricas (*)	380
4.5. Contraste de Hipótesis en Estructuras Exponenciales Multiparamétricas (*)	397
4.6. Principio de Invarianza: Contraste de Hipótesis	414
4.7. Contraste de Hipótesis bajo el Punto de Vista Bayesiano (*)	423
4.8. Estimación Conjuntista (de nuevo) (*)	428
4.9. Estadística Asintótica: Contraste de Hipótesis y Estimación Conjuntista (*)	437
4.10. El Modelo Lineal Normal	443
4.11. Modelo de Clasificación Simple en Análisis de la Varianza	464
4.12. Modelo de Regresión Lineal Simple	469
4.13. V/F Capítulo 4 (*)	474
4.14. Problemas Capítulo 4	478
Soluciones de los V/F impares	499
Indicaciones para algunos de los problemas propuestos	501
Bibliografía	552
Lista de símbolos	561
Índice alfabético	567

Índice alfabético

A

- α -similar, test, 377
- a posteriori, distribución, 243, 244, 246, 250, 267, 298, 300, 313, 314, 316, 318, 324, 331, 425, 528, 531
- a priori, distribución, 241, 243, 246, 250, 297, 300, 309, 329, 331, 334, 426
- admisibilidad, 165, 328, 329
- aleatorios, números, 183
- álgebra, 2
- σ -álgebra, 2
- σ -álgebra completa, 132
- σ -álgebra de Borel, 3
- σ -álgebra discreta, 3
- σ -álgebra inducida por una variable aleatoria, 6
- σ -álgebra libre, 121
- σ -álgebra numerablemente generada, 26, 135, 235
- σ -álgebra producto, 3
- σ -álgebra separable, 26, 135, 235, 280, 303, 306, 416
- σ -álgebra separante, 235, 416
- σ -álgebra suficiencia minimal, 139
- σ -álgebra suficiente, 122
- σ -álgebra trivial, 3
- σ -finita, medida, 7
- análisis de la varianza, 495
- análisis de la varianza para el modelo de regresión lineal, 471
- ancho de banda, 291
- ancilaridad, 121
- anova de dos vías, 495
- aplicación invariante, 415
- aplicación invariante maximal, 415
- aproximación de la binomial por la normal, 491
- asintóticamente normal, estimador, 273
- astucia de Cramér-Wold, 47
- átomo de una σ -álgebra, 90
- átomo para una medida, 286

B

- Basu, primer teorema, 159, 206, 406–

- 408, 411, 484, 541
- Basu, segundo teorema, 159
- Bayes, fórmula de, 76, 95
- Bayes, factor de, 426
- Bayes, riesgo de, 246
- Bayes, test de, 425
- Behrens-Fisher, problema de, 410, 483
- Beppo-Levi, teorema de, 12
- Bernoulli, distribución de, 38, 39, 102, 184, 273, 275, 318, 333
- beta, distribución, 43, 180, 321
- binomial negativa, distribución, 39, 185, 334, 482
- binomial, distribución, 38, 91, 116, 150, 164, 175, 185, 197, 204, 284, 290, 331, 333, 503
- Bochner, teorema de, 292
- bondad de ajuste, 487
- bootstrap, 254
- Borel, σ -álgebra de, 3
- Borel, espacios de, 67
- Borel-equivalencia, 34
- boreliano, 3
- C**
- Caballero de Méré, 34
- cambio de variables, 15
- cantidad pivote, 263, 266, 340, 341
- característica, función, 22
- caracterización de independencia, 20, 22, 25, 72
- Cardano, 34
- cardinal, medida, 8
- casi invarianza, 419
- casi seguro, c.s., 9
- casi-admisible, test, 482
- Cauchy, distribución de, 182, 229, 292, 338
- Cauchy-Schwarz, desigualdad de, 36, 83
- Chebyshev, desigualdad de, 37, 38, 271
- clase de Dynkin, 4
- clase monótona, 4
- clase monótona, teorema de la, 4
- coeficiente de confianza, 260
- coeficiente de correlación, 36, 92
- coeficiente de correlación lineal muestral, 473
- coeficiente de determinación muestral, 472
- coeficiente de variación, 182
- coeficientes de regresión muestrales, 471
- comparación de dos medias: caso de muestras relacionadas, 463
- comparación de dos medias: muestras independientes, 444, 467
- comparación de tratamientos, 118, 443, 490, 492
- completitud, 132, 159, 172, 179, 181, 182, 201

- completitud acotada, 132, 143, 145, 146, 159, 179, 378
 - completitud en estructuras estadísticas
 - exponenciales, 154
 - completitud simétrica, 235, 338
 - completitud simétrica acotada, 235
 - completitud y completitud simétrica, 236
 - completitud y convexidad, 238, 286
 - completo, 182
 - composición de núcleos de Markov, 296
 - conjugadas, a priori y a posteriori, 331
 - conjunto de confianza, 259, 428
 - conjunto de confianza insesgado, 434
 - consistencia, 268
 - consistencia c.s., 268
 - consistencia, test de hipótesis, 437
 - contraste de una media, 462
 - control de calidad, 164
 - convergencia débil de medidas finitas, 47
 - convergencia en distribución, 47
 - convergencia en probabilidad, 269
 - convergencia puntual, 12
 - convergencia puntual c.s., 12
 - convexidad, 78
 - correlación lineal muestral, coeficiente de, 473
 - correlación, coeficiente de, 36, 92
 - covarianza, 36, 335
 - Cramér-Rao, desigualdad de, 218
 - Cramér-Wold, astucia de, 47
 - cuantil, 104, 261, 265, 479, 484, 565
 - cuantil de orden $1 - \alpha$ de la distribución $\mathbf{F}(r, n - s)$, 454
 - cuantil, función, 103, 402
 - curva de regresión en el caso normal bidimensional, 92
- D**
- d-sistema, 4
 - decisiones correctas, 164, 189, 348
 - densidad, 23
 - densidad condicional, 74
 - densidad marginal, función de, 25
 - densidad predictiva a posteriori, 299, 303
 - densidad predictiva a posteriori, para una muestra, 307
 - densidad predictiva a priori, 242
 - densidad, estimación de la, 279, 284, 285, 339
 - derivada de Radon-Nikodým, 23
 - desigualdad de Cauchy-Schwarz, 36, 83
 - desigualdad de Chebyshev, 37, 38, 271
 - desigualdad de Cramér-Rao, 218
 - desigualdad de Hölder, 36
 - desigualdad de Jensen, 81, 170, 199, 537
 - desigualdad de Jensen para la esperanza condicional, 81
 - desigualdad de Markov, 37, 294

- desigualdad de Markov para la esperanza condicional, 96
- desigualdad de Minkowsky, 36
- determinación del tamaño de muestra, 368
- determinación muestral, coeficiente de, 472
- diferencia de medias, 335
- diferencia simétrica de conjuntos, 27
- Dirac, medida de, 8, 38
- Dirichlet con medida base α , proceso de, $\mathfrak{D}_\alpha$, 321
- Dirichlet, distribución de, $\mathbf{D}(\alpha_1, \dots, \alpha_k)$, 321
- Dirichlet, función de, 11
- discreta, σ -álgebra, 3
- distancia χ^2 , 486
- distancia χ^2 de ajuste, 486
- distribución $\mathbf{G}(\alpha, \lambda, \beta)$ gamma no central, 459
- distribución a priori, 241, 243, 246, 250, 297, 300, 309, 329, 331, 334, 426
- distribución beta, 321
- distribución beta, $\mathbf{B}(\alpha, \beta)$, 43, 180
- distribución binomial, 38, 91, 116, 150, 164, 175, 185, 197, 204, 284, 290, 331, 333, 503
- distribución binomial negativa, 39, 334, 482
- distribución binomial negativa, simulación de la, 185
- distribución binomial, simulación de la, 185
- distribución chi-cuadrado no central, 460
- distribución chi-cuadrado, χ^2 , 42–44, 122, 204, 452, 454, 457, 478, 487, 488, 507, 508, 527, 531, 532, 538–541, 546
- distribución condicional, 68
- distribución conjunta de datos y parámetros (Inferencia Bayesiana), 244, 298
- distribución conjunta de dos o más variables aleatorias, 20
- distribución de Bernoulli, 38, 39, 102, 184, 273, 275, 318, 333
- distribución de Bernoulli, simulación de la, 184
- distribución de Cauchy, 182, 229, 292, 338
- distribución de Dirichlet, $\mathbf{D}(\alpha_1, \dots, \alpha_k)$, 321
- distribución de Erlang, 41
- distribución de los estadísticos de orden, 49
- distribución de los rangos, 50
- distribución de Pareto, 330, 480
- distribución de Poisson, 39, 41, 91, 97,

- 108, 179, 185, 273, 284, 316, 328, distribución normal, 40, 41, 149, 182, 331, 338, 343, 439, 480, 526 229, 329, 334, 337–339, 481
- distribución de probabilidad de un núcleo distribución normal bidimensional, 46, de Markov, 296 92, 335
- distribución de probabilidad degenerada en un punto, 179 distribución normal multivariante, 44
- distribución de probabilidad, estimador distribución normal, simulación de, 185 de una, 279 distribución predictiva a posteriori, 299, 303
- distribución de probabilidad, estimador distribución predictiva a posteriori, para insesgado óptimo de una, 282 una muestra, 307
- distribución de una variable aleatoria, distribución predictiva a priori, 242, 246, 13 298
- distribución degenerada en un punto, 8, distribución t de Student, 43, 355, 408, 38 410, 411
- distribución doble exponencial, 229 distribución uniforme continua $\mathbf{U}([a, b])$, 31, 32, 40, 50, 91, 182, 183, 229, 328, 329, 331, 360, 486, 488, 565
- distribución exponencial, 41, 91, 337, 480 distribución uniforme continua $\mathbf{U}(B)$ en un boreliano $B \in \mathcal{R}^k$, 40, 518
- distribución $\mathbf{F}$, 43, 484 distribución uniforme discreta $\mathbf{Ud}$, 40, 49, 101, 183, 211, 254, 328, 342, 493, 514, 515, 534–536
- distribución $\mathbf{F}$ no central, 453 distribución uniforme sobre un boreliano de $\mathbb{R}^2$, 94, 96
- distribución gamma, $\mathbf{G}(\alpha, \beta)$, 41, 160, 182, 185, 233, 285, 314, 316, 331, 337, 338, 340, 459, 481 distribución uniforme sobre un boreliano de $\mathbb{R}^k$, 185
- distribución geométrica o de Pascal, 39, 185, 334, 482
- distribución geométrica, simulación de la, 185
- distribución hipergeométrica, 213, 334
- distribución log-normal, 481
- distribución logística, 138, 229
- distribución multinomial, 39
- distribución χ^2 no central, 452

- distribución, convergencia en, 47
- distribuciones a posteriori, 243, 244, 246, 250, 267, 298, 300, 313, 314, 316, 318, 324, 331, 425, 528, 531
- distribuciones a priori y a posteriori conjugadas, 331
- distribuciones marginales, 20
- doble exponencial, distribución, 229
- dominación de medidas, 23
- dos distribuciones normales, 337, 339, 341
- Dynkin, clase de, 4
- Dynkin, teorema de, 4
- E**
- Eaton y Morris, teorema de, 206
- eficiencia, 221
- eficiencia asintótica, 274
- entropía, 341
- entropía condicional, 342
- entropía conjunta de dos variables aleatorias, 342
- entropía e independencia, 342
- Erlang, distribución de, 41
- error cuadrático, 198
- error cuadrático integrado medio, ECIM, 287
- error cuadrático medio, 198
- errores de tipo I y tipo II en un problema de test de hipótesis, 348
- escala, estructura estadística de, 228
- espacio de decisiones, 163
- espacio de medida, 7
- espacio de medida imagen de una variable aleatoria, 13
- espacio de parámetros, 109
- espacio de probabilidad, 7
- espacio estadístico, 107
- espacio medible, 2
- espacio medible discreto, 3
- espacio natural de parámetros de una estructura exponencial, 151
- espacio polaco, 137, 312
- espacios de Borel, 67
- espacios $\mathcal{L}^p$, 35, 82
- espacios L^p , 83
- espacios medibles Borel-equivalentes, 34
- esperanza condicionada a un suceso, 52
- esperanza condicional respecto a una σ -álgebra, 56
- esperanza condicional respecto a una variable aleatoria, 54
- esperanza de una variable aleatoria real, 10
- esquema de muestreo, 208
- estadístico, 111
- estadístico canónico de una estructura estadística exponencial, 149
- estadístico centrado, 132

- estadístico completo, 132
- estadístico de contraste, 366, 408, 482
- estadístico de orden, 48, 239, 240, 329, 331, 338, 493, 527, 528, 531
- estadístico de orden, generalización, 234
- estadístico de Wilcoxon, 50, 493
- estadístico integrable, 112
- estadístico libre, 121
- estadístico suficiente, 123
- estadístico suficiente minimal, 136
- estadísticos de orden, distribución de los, 49
- estadísticos de orden, vector de, 48
- estadísticos de rango, 49, 50, 492, 493, 512, 549, 550
- estadísticos equivalentes, 112
- estimación, 188
- estimación conjuntista, 259, 428
- estimación de la densidad, 279, 284, 285, 339
- estimación de los parámetros de una distribución normal, 203
- estimación de probabilidades, 239
- estimación de una proporción, 204
- estimación puntual bajo el punto de vista bayesiano, 241
- estimación puntual no paramétrica, 331
- estimador, 188
- estimador fuertemente consistente de la densidad, 288
- estimador “plug-in”, 252
- estimador asintóticamente eficiente, 274
- estimador asintóticamente insesgado, 290
- estimador asintóticamente normal, 273
- estimador Bayes, 248
- estimador Bayes de la densidad, 303
- estimador Bayes de la densidad a partir de una muestra, 308
- estimador Bayes de la distribución muestral, 301, 303
- estimador Bayes de la probabilidad de un suceso, 301
- estimador Bayes de una curva de regresión, 322
- estimador Bayes de una densidad condicional, 322
- estimador Bayes de una distribución a partir de una muestra, 307
- estimador Bayes de una distribución condicional, 322
- estimador Bayes de una función distribución, 310
- estimador consistente, 268
- estimador débilmente consistente de la densidad, 288
- estimador de Horvitz-Thompson, 209
- estimador de la densidad asintóticamente insesgado, 288

- estimador de máxima verosimilitud, 191, 328
- estimador de Parzen-Rosenblatt, 291
- estimador de una distribución de probabilidad, 279
- estimador eficiente, 221
- estimador histograma, 289
- estimador insesgado, 196
- estimador insesgado óptimo de una distribución de probabilidad, 282
- estimador insesgado de mínima varianza, 198, 201, 206, 238, 335
- estimador insesgado de mínima varianza de la desviación típica, 329
- estimador insesgado de una densidad, 279
- estimador insesgado de una distribución de probabilidad, 279
- estimador integradamente consistente en media cuadrática de la densidad, 288
- estimador núcleo de la densidad, 287, 291
- estimador naive de la densidad, 289
- estimador puntualmente consistente en media cuadrática de la densidad, 288
- estimando, 188
- estrategia, 163
- estrategia óptima, 165
- estrategia admisible, 165
- estrategia asociada a un test, 348
- estrategia de Bayes, 247
- estrategia minimax, 171
- estrategia no aleatoria, 163
- estructura de Neyman, test con, 377
- estructura estadística, 107
- estructura estadística apropiada para el bootstrap, 254
- estructura estadística bayesiana, 241, 297
- estructura estadística bayesiana como espacio de probabilidad, 246
- estructura estadística con razón de verosimilitud monótona, 363
- estructura estadística de escala, 228
- estructura estadística de posición, 227
- estructura estadística de posición-escala, 228
- estructura estadística dominada, 112
- estructura estadística exponencial, 148
- estructura estadística imagen de un estadístico, 111
- estructura estadística invariante, 223, 414
- estructura estadística producto, 113
- estructura exponencial, 182
- estudentización, 440
- experimento bayesiano, 297
- experimento estadístico, 107

exponencial, distribución, 41, 91, 337, 480

extensión de un test, 350

F

factor de Bayes, 426

familia completa de estrategias para un preorden dado, 169

Fatou, lema de, 503

Fisher, información de, 215, 342

Fisher-Neyman-Halmos-Savage, teorema de factorización de, 128

forma canónica de un problema lineal de test de hipótesis, 447

fórmula de Bayes, 76, 95

Fubini, teorema clásico de, 19

Fubini, teorema generalizado de, 18

función beta de Euler, 43, 318

función característica, 22

función convexa, 78

función cuantil, 103, 402

función de densidad marginal, 25

función de Dirichlet, 11

función de distribución, 9, 13

función de distribución condicional regular, 64

función de distribución empírica, 101, 289

función de distribución muestral, 101

función de pérdida, 166

función de pérdida error cuadrático, 198

función de probabilidad de una variable aleatoria discreta, 24

función de verosimilitud, 190

función gamma, Γ , 40

función generatriz de momentos, 157, 460

función medible, 5

función potencia, 368

función potencia de un test, 347

función riesgo, 167

función riesgo asociada a un test, 349

función simple, 6

función U-estimable, 197

G

gamma no central $\mathbf{G}(\alpha, \lambda, \beta)$, distribución, 459

gamma, distribución, 41, 160, 182, 185, 233, 285, 314, 316, 331, 337, 338, 340, 459, 481

gamma, función, 40

Gauss-Markov, teorema de, 497

geométrica, distribución, 39, 185, 334, 482

Glivenko-Cantelli, teorema de, 102

grupo asociado a un grupo de transformaciones, 223, 414

grupo de transformaciones en una estructura estadística, 223, 414

H

Hahn-Banach, teorema de, 79

Halmos, teorema de, 238

Halmos-Savage, teorema de, 125

hipótesis, 346

hipótesis alternativa, 346

hipótesis compuesta, 346

hipótesis de Lindeberg, 117

hipótesis lineal, 444

hipótesis nula, 346

hipótesis simple, 346

hipergeométrica, distribución, 213, 334

histograma, 289

Hodges, ejemplo de, 275

Hölder, desigualdad de, 36

Horvitz-Thompson, estimador de, 209

I

identificabilidad, 222

imagen de un núcleo de Markov, 296

imagen de una esperanza condicional,
94

imagen de una estrategia, 166

independencia, 20, 119, 159, 161, 256,
342, 343

independencia afín, 158

independencia condicional, 96, 255, 256

independencia, caracterización de, 20,
72independencia, test χ^2 de, 488indicador de un suceso A , I_A , 6

inferencia bayesiana, 241

inferencia no paramétrica, 109, 118

inferencia paramétrica, 109

información de Fisher, 215, 342

información de Fisher asociada a un es-
tadístico, 217información de Fisher asociada a una
estructura estadística, 215información de Fisher e independencia,
343

información de Fisher y reducción, 343

información de Fisher y suficiencia, 343

información de Kullback, 341

insesgado, estimador, 196

insesgado, test, 376

integral, 9

integral de una variable aleatoria n -dimen-
sional, 10interpretación geométrica del lema de
Neyman-Pearson, 361

intervalo de confianza, 263, 339

intervalo de confianza para la diferencia
de medias, 436intervalo de confianza para la media de
una distribución normal, 435

intervalos de confianza de Wald, 441

invariante maximal, aplicación, 415

invariante, aplicación, 415

- invarianza, 91, 223, 414
- invarianza del estimador de máxima verosimilitud, 192
- invarianza por permutaciones, 234
- invarianza y casi invarianza, 420
- J**
- jacobiano de una aplicación en un punto, 15
- Jensen, desigualdad de, 81, 170, 199, 537
- Jensen, desigualdad de (para la esperanza condicional), 81
- K**
- Karlin-Rubin, teorema de, 363, 380, 431
- Kolmogorov-Smirnov, test de bondad de ajuste, 488
- Kolmogorov-Smirnov, test de comparación de dos muestras, 490
- Kullback, información de, 341
- Kuratowsky, teorema de, 137
- L**
- Lebesgue, medida de, 8
- Lebesgue, teorema de la convergencia dominada de, 12
- Lebesgue, teorema de la convergencia monótona de, 12
- Lebesgue-Stieljes, medida de, 9
- Lehmann-Scheffé, teorema de, 201, 206
- lema de Fatou, 503
- lema de Scheffé, 280, 302
- lema fundamental de Neyman-Pearson, 357
- Lévy, teorema de, 47
- ley fuerte de los grandes números, 102, 525, 546
- libertad, 121, 122, 159, 179–182, 205, 206, 217, 343, 407, 411, 490, 493, 522, 536
- límite central en $\mathbb{R}$, teorema del, 47
- límite central en $\mathbb{R}^n$, teorema del, 48, 545
- Lindeberg, hipótesis, 117
- Lindeberg, teorema del límite central de, 117
- linealidad de la esperanza condicional, 58
- log-normal, distribución, 481
- logística, distribución, 138, 229
- M**
- Mann-Whitney-Wilcoxon, test de, 492
- Markov, desigualdad de, 37, 294
- Markov, desigualdad de (para la esperanza condicional), 96
- martingala, 97
- matriz de covarianzas de una variable aleatoria n -dimensional, 45
- máxima verosimilitud, estimador de, 191

- máxima verosimilitud, principio de, 190, 191, 351
- media, 37
- media de una variable aleatoria real, 10
- media muestral, 44, 101, 119, 270
- mediana, 37
- medida, 7
- medida σ -finita, 7
- medida absolutamente continua respecto a otra, 23
- medida cardinal, 8, 38
- medida de Dirac, 8, 38, 179
- medida de Lebesgue, 8
- medida de Lebesgue-Stieljes, 9
- medida de transición, 16
- medida empírica, 253, 286, 289
- medida imagen, 13
- medida imagen, teorema de la, 14
- medida producto, teorema clásico de la, 17
- medida producto, teorema generalizado de la, 17
- medidas definidas por densidades, 23
- método de los momentos, 328
- método de los momentos, estimación, 269, 271
- método de los multiplicadores de Lagrange, 533
- método de los multiplicadores indeterminados, 375
- minados, 375
- método de Montecarlo, 185
- métrica del supremo, 182
- mezcla de dos distribuciones normales, 328
- minimax, principio, 171
- mínimos cuadrados, problema de, 93
- Minkowsky, desigualdad de, 36
- modelo de clasificación doble en análisis de la varianza, 495
- modelo estadístico, 107
- modelo lineal general, 444, 497
- modelo lineal normal, 444
- modelo lineal normal: estimación puntual, 457
- momento central de orden k , 14
- momento de orden k , 14
- momentos muestrales, 101
- Montecarlo, método, 185
- muestra, 21, 100
- muestra bootstrap, 254
- muestreo con reemplazamiento, 100
- muestreo en poblaciones finitas, 208
- muestreo sin reemplazamiento, 334
- multinomial, distribución, 39
- multiplicadores de Lagrange, método de los, 533
- multiplicadores indeterminados, método de los, 375

N

Neyman-Pearson, lema fundamental de, 357

nivel de confianza, 260, 428

nivel de confianza asintótico, 441

nivel de significación, 350

nivel mínimo de significación de un test, 482

no existencia de test UMP, 478

normal bidimensional, distribución, 46, 92, 335

normal multivariante, distribución, 44

normal, distribución, 40, 41, 149, 182, 185, 229, 329, 334, 337–339, 481

normal, estimación de los parámetros de una distribución, 203

notación “ O ” de Landau, 291

núcleo de Markov, 17, 66, 163, 252, 296

núcleo de Markov como extensión del concepto de variable aleatoria, 296

núcleo de Markov, distribución de probabilidad de un, 296

núcleos de Markov, composición de, 296

numerablemente generada, σ -álgebra, 26, 137, 235

número con la propiedad II, 184

número de Borel, 184

número normal, 184

números aleatorios, 183

O

observación, 107

órbita de una observación, 226, 415

orden estocásticos de distribuciones, 489

P

parámetro, 109

parámetro de suavizado, 291

parámetro fantasma, 397, 433

Pareto, distribución de, 330, 480

Parzen-Rosenblatt, estimador de, 291

Pascal, 34

percentil, 104

pérdida de memoria, 42

pérdida media, 167

pivote, cantidad, 263, 266, 340, 341

plan de muestreo, 208

Poisson, distribución de, 39, 41, 91, 97, 108, 179, 185, 273, 284, 316, 328, 331, 338, 343, 439, 480, 526

polaco, espacio, 137

posición, estructura estadística de, 227

posición-escala, estructura estadística de, 228, 340

potencia de un test, 347

potencia de un test contra una alternativa, 347

predicción en el modelo de regresión lineal simple, 472

- predictiva a posteriori para una muestra, densidad, 307
- predictiva a posteriori para una muestra, distribución, 307
- predictiva a posteriori, densidad, 299, 303
- predictiva a posteriori, distribución, 299, 303
- predictiva a priori, densidad, 242
- predictiva a priori, distribución, 242, 246, 298
- preorden, 165
- preorden bayesiano definido por una función de pérdida, 247
- preorden definido por una función de pérdida, 169
- principio de invarianza, 225, 415, 417
- principio de máxima verosimilitud, 190, 191, 351
- principio de suficiencia, 124
- principio de sustitución, 265, 272
- principio minimax, 171
- probabilidad, 7
- probabilidad condicional de un suceso respecto a otro, 52
- probabilidad condicional regular, 66
- probabilidad condicional respecto a una σ -álgebra, 56
- probabilidad condicional respecto a una variable aleatoria, 54
- probabilidad de significación de un test, 482
- probabilidad de transición, 17, 163, 242, 296
- probabilidad dominante privilegiada, 126, 159
- probabilidad predictiva a posteriori, 299
- probabilidad predictiva a priori, 242
- probabilidades muestrales, 246
- probabilidades, estimación de, 239
- problema de Behrens-Fisher, 410, 483
- problema de decisión, 163, 179, 180
- problema de decisión bayesiano, 246
- problema de estimación puntual como un problema de decisión, 189
- problema de inspección muestral, 212
- problema de mínimos cuadrados, 93
- problema de mínimos cuadrados en el caso normal, 94
- problema de regresión lineal, 93
- problema de regresión múltiple, 94
- problema de test de hipótesis como un problema de decisión, 347
- problema de test de hipótesis invariante, 415
- problema general de regresión, 84
- problemas de decisión isomorfos, 172
- problemas de regresión: general y lineal,

- 92
- problemas de test de hipótesis isomorfos, 356
- proceso de Dirichlet con medida base α , $\mathfrak{D}_\alpha$, 321
- producto infinito de probabilidades, 19
- proporción, estimación de una, 204
- proyección en un espacio medible producto, 6
- R**
- Radon-Nikodým, derivada de, 23
- Radon-Nikodým, teorema de, 23
- rango, estadísticos de, 49, 50, 492, 493, 512, 549, 550
- rangos, distribución de los, 50
- Rao-Blackwell, teorema de, 199, 201
- razón de verosimilitud monótona, estructura estadística, 363
- razón de verosimilitudes, test de la, 352, 478
- rectángulo medible, 3, 94
- región crítica de un test, 347
- región creíble, 267
- región de aceptación, 347
- regresión, 84, 92
- regresión general y regresión lineal, 92
- regresión lineal, 93
- regresión múltiple, problema de, 94
- remuestreo, 254
- representación natural de una estructura exponencial, 150
- riesgo, 167
- riesgo de Bayes, 246
- Ryll-Nardzewski y Kuratowski, teorema de selección medible de, 312
- S**
- Scheffé, lema de, 280, 302
- separable, σ -álgebra, 26, 135, 235, 280, 303, 306, 416
- separante, σ -álgebra, 235, 416
- simplex k -dimensional, $\mathbb{S}_k$, 321
- simulación, 184
- Slutsky, teorema de, 47, 438
- Student, test de comparación de dos medios, 410
- submartingala, 97
- suceso $\mathcal{P}$ -nulo, 111
- suceso invariante, 91
- suceso libre, 121
- suficiencia, 122, 159, 172, 180–182, 201, 205
- suficiencia minimal, 135, 138, 143, 145, 146, 338, 531
- suficiencia y completitud, 182, 206, 213, 281
- suficiencia y completitud en Inferencia no Paramétrica, 239
- suficiencia y estimación, 199

suficiencia y test de hipótesis, 355

suficiencia, principio de, 124

suficiente minimal, estadístico, 136

suma de medidas, 15

T

tamaño de muestra necesario para detectar alternativas no muy próximas a la hipótesis nula, 368

teorema clásico de la medida producto, 17

teorema de selección medible de Ryll-Nardzewski y Kuratowski, 312

teorema de aditividad, 11

teorema de aproximación de Weierstrass, 38

teorema de Beppo-Levi, 12

teorema de Bochner, 292

teorema de cambio de variables, 15

teorema de compacidad secuencial pre-débil, 26

teorema de Dynkin, 4

teorema de Eaton y Morris, 206

teorema de factorización de Fisher-Neyman-Halmos-Savage, 128

teorema de Fubini clásico, 19

teorema de Fubini generalizado, 18

teorema de Gauss-Markov, 497

teorema de Glivenko-Cantelli, 102, 269

teorema de Hahn-Banach, 79

teorema de Halmos, 238

teorema de Halmos-Savage, 125

teorema de Karlin-Rubin, 363, 380

teorema de Kuratowsky, 137

teorema de Lévy, 47

teorema de la clase monótona, 4

teorema de la convergencia dominada de Lebesgue, 12

teorema de la convergencia dominada para la esperanza condicional, 60

teorema de la convergencia monótona de Lebesgue, 12

teorema de la convergencia monótona para la esperanza condicional, 59

teorema de la medida imagen, 14

teorema de Lehmann-Scheffé, 201, 206

teorema de Radon-Nikodým, 23

teorema de Rao-Blackwell, 199, 201

teorema de Slutsky, 47, 438

teorema del límite central, 525

teorema del límite central de Lindeberg, 117

teorema del límite central en $\mathbb{R}$, 47, 261

teorema del límite central en $\mathbb{R}^n$, 48, 545

teorema fundamental de la Estadística Matemática, 102

- teorema generalizado de la medida producto, 17
- teorema primero de Basu, 159, 206, 406–408, 411, 484, 541
- teorema segundo de Basu, 159
- test, 347
- test α -similar, 377
- test asintóticamente de nivel α , 437
- test casi-admisible, 482
- test con estructura de Neyman, 377
- test consistente, 437
- test de Bayes, 425
- test de Kolmogorov–Smirnov de bondad de ajuste, 488
- test de Kolmogorov–Smirnov de comparación de dos muestras, 490
- test de la razón de verosimilitudes, 352, 478
- test de los signos, 490
- test de Mann–Whitney–Wilcoxon, 492
- test de Wilcoxon, 495
- test **F** UMP invariante para un problema lineal de Test de Hipótesis, 457
- test insesgado, 376
- test no aleatorio, 347
- test **t** de Student de comparación de dos medias, muestras independientes, 410, 412
- test **t** de Student de comparación de dos medias, muestras relacionadas, 463
- test **t** de Student para una muestra, 355, 408, 410, 462
- test UMP α -similar, 377
- test UMP casi invariante, 421
- test UMP insesgado, 376
- test UMP invariante, 419
- test uniformemente más potente (UMP), 350
- test UPM, no existencia de, 388
- test χ^2 , 486
- test χ^2 de bondad de ajuste, 487
- test χ^2 de independencia, 488
- tests equivalentes, 347
- tiempo de espera, 42
- transformación de variables, 25
- transformación en un conjunto, 222, 414
- trivial, σ -álgebra, 3
- U**
- U-estimable, 197
- UMP α -similar, test, 377
- UMP casi invariante, test, 421
- UMP insesgado, test, 376
- UMP invariante, test, 419
- uniforme continua $\mathbf{U}([a, b])$, distribución, 31, 32, 40, 50, 91, 182, 183, 229, 328, 329, 331, 360, 486, 488, 565

- uniforme continua, distribución, 329, 340
- uniforme discreta **Ud**, distribución, 40, 49, 101, 183, 211, 254, 328, 342, 493, 514, 515, 534–536
- uniforme sobre un boreliano de $\mathbb{R}^2$, distribución, 94
- V**
- valor P de un test, 482
- variable aleatoria, 5
- variable aleatoria compleja, 22
- variación “dentro” en análisis de la varianza, 466
- variación “entre” en análisis de la varianza, 466
- variación total en análisis de la varianza, 467
- variación total, distancia, 135, 182
- variación total, función de pérdida, 279, 302
- varianza, 14
- varianza asintótica, 274
- varianza condicional, 96, 330
- varianza de regresión muestral, 471
- varianza muestral, 44, 101, 119, 271
- W**
- Wald, intervalos de confianza de, 441
- Weierstrass, teorema de aproximación de, 38
- Wilcoxon, estadístico de, 50, 493
- Wilcoxon, test de, 495