

LOS COEFICIENTES DE KRONECKER I Y II

EMMANUEL BRIAND Y MERCEDES ROSAS

Uno de los problemas fundamentales de la teoría de representaciones de grupos, el problema de Clebsch–Gordan, pide obtener la descomposición en irreducibles del producto tensorial de dos representaciones irreducibles.

$$V_\mu \otimes V_\nu \cong \bigoplus_{\lambda} m_{\mu,\nu}^{\lambda} V_{\lambda}$$

Para el grupo lineal general, el más fundamental de los grupos de Lie, este problema está resuelto de manera satisfactoria. En este caso las multiplicidades $m_{\mu,\nu}^{\lambda}$ son llamadas los coeficientes de Littlewood–Richardson. En 1934 se enunció por primera vez una interpretación combinatoria para estos coeficientes, que fue demostrada el 1977. Recientemente, en 1999, Knutson y Tao demostraron la famosa “conjetura de saturación” en torno a ellos.

Para el grupo simétrico, el grupo finito más fundamental, el problema de Clebsch–Gordan está lejos de estar resuelto. En este caso, los coeficientes $m_{\mu,\nu}^{\lambda}$ se denominan coeficientes de Kronecker, y es relativamente poco lo que se conoce de ellos.

En estas dos charlas empezaremos con una introducción al estudio de los coeficientes de Littlewood–Richardson y a los coeficientes de Kronecker. Luego veremos cómo los coeficientes de Kronecker juegan un rol fundamental en “la teoría de la complejidad geométrica”, un programa para atacar el problema de $P \neq NP$ sobre los complejos. También estudiaremos cómo aparecen estos coeficientes en el cálculo de invariantes de espacios de varios qubits, como contribución al estudio del problema del enredo cuántico.

Este es un trabajo conjunto con Rosa Orellana.