PRÁCTICA CUARTA

1. Ejercicios

Con la ayuda de los comandos poly, roots, null, rank, eig, jordan, etc., resolver los siguientes ejercicios.

(1) Sean $V = \mathbb{R}^4$ y $T \in \mathrm{End}_{\mathbb{R}}(V)$ tal que su matriz asociada respecto de la base usual de $\mathbb{R}^4$ es

$$(a) \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \qquad (b) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Estudiar si T es diagonalizable.

(2) Sean $V = \mathbb{R}^3$ y $T \in \mathrm{End}_{\mathbb{R}}(V)$ tal que su matriz asociada respecto de alguna base de V es

$$(a) \begin{pmatrix} a & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \qquad (b) \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 2 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad (c) \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & b \\ 3 & 0 & a \end{pmatrix}$$

con a, b y $c \in \mathbb{R}$. Estudiar (según los valores de a, b y $c \in \mathbb{R}$) si T es diagonalizable. Resolver el mismo problema pero con $V = \mathbb{C}^3$.

(3) Sean $V = \mathbb{R}^4$ y $T \in \mathrm{End}_{\mathbb{R}}(V)$ tal que su matriz asociada respecto de alguna base de V es

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & a & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Estudiar, según el valor de $a \in \mathbb{R}$, si T es diagonalizable, y calcular, cuando sea posible, una base de V respecto de cual la matriz de T sea diagonal.

(4) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

¿representan todas al mismo endomorfismo?

(5) Calcular la forma canónica y la base de Jordan de los siguientes endomorfismos cuyas matrices respecto de la base canónica del correspondiente $\mathbb{C}$-espacio vectorial son:

$$\text{(a)} \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad \text{(b)} \begin{pmatrix} -14 & 1 & 12 \\ -13 & 0 & 12 \\ -17 & 1 & 15 \end{pmatrix}, \quad \text{(c)} \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -2 & 3 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Date: Marzo-2011.

$$
\text{(d)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \text{(e)} \begin{pmatrix} 3 & 45 & 37 & -9 \\ 2 & 12 & 8 & -5 \\ -2 & -4 & -1 & 4 \\ 3 & 33 & 26 & -8 \end{pmatrix},
$$

$$
\text{(f)} \begin{pmatrix} 3 & 67 & 59 & -9 \\ 2 & -16 & -20 & -5 \\ -2 & 28 & 31 & 4 \\ 3 & 31 & 24 & -8 \end{pmatrix}, \quad \text{(g)} \begin{pmatrix} 3 & 17 & 9 & -9 \\ 2 & 16 & 12 & -5 \\ -2 & -12 & -9 & 4 \\ 3 & 17 & 10 & -8 \end{pmatrix},
$$

$$
\text{(h)} \begin{pmatrix} 3 & 45 & 37 & -9 \\ 2 & 10 & 6 & -5 \\ -2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 32 & 25 & -8 \end{pmatrix}, \quad \text{(i)} \begin{pmatrix} 3 & 31 & 23 & -9 \\ 2 & 7 & 3 & -5 \\ -2 & -1 & 2 & 4 \\ 3 & 21 & 14 & -8 \end{pmatrix},
$$

$$
\text{(j)} \begin{pmatrix} 3 & 42 & 34 & -9 \\ 2 & -29 & -33 & -5 \\ -2 & 38 & 41 & 4 \\ 3 & 7 & 0 & -8 \end{pmatrix},
$$