PROBLEMAS DE LA ASIGNATURA AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS
Ingeniería Técnica en Topografía

Tema VII: Espacio Euclídeo.

1. Determinar los ángulos que forma la recta r

$$\begin{cases} x = 3z + 4 \\ y = 2z - 3 \end{cases}$$

   con los planos coordenados.

2. Calcular la longitud de la perpendicular trazada desde el origen al plano $2x+3y+4z+7=0$, así como los ángulos que esta perpendicular forma con los ejes coordenados.

3. Ecuación del plano que pasa por los puntos $(1,1,1)$, $(3,-2,2)$ y es perpendicular al plano $2x-y-z=0$.

4. Hallar la línea de máxima pendiente del plano $Ax+By+Cz+D=0$ respecto al plano OXY. Determinar el ángulo que dicha línea forma con el plano OXY.

5. Por la recta r trazar un plano que diste dos unidades del punto $(0,5,0)$, siendo

$$r \equiv \begin{cases} x - z = 4 \\ x + y - z = 7 \end{cases}$$

6. Calcular la distancia de la recta r al eje OX, siendo:

$$r \equiv \begin{cases} x - z = 4 \\ x + y - z = 7 \end{cases}$$

7. Consideremos las rectas

$$r \equiv \begin{cases} 3x - y - z = 0 \\ -x + 3y - z = 0 \end{cases} \qquad s \equiv \begin{cases} 3x + az = b \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

   Determinar la recta (o rectas) que pasa por $(1,1,1)$ es perpendicular a r y corta a s, discutiendo el problema según los valores de a y de b.

8. Obtener la ecuación de un plano que dista 4 unidades del origen de coordenadas, es perpendicular a la recta $x = y = z$ y corta al eje OX en un punto de cota negativa.

9. Ecuaciones de los planos bisectores de

$$\pi_1 \equiv x - y + z - 4 = 0,$$

$$\pi_2 \equiv x + y - z + 2 = 0.$$

10. Calcular la distancia entre los planos

$$2x + y + z + 7 = 0$$

$$4x + 2y + 2z - 6 = 0$$

11. Hallar la distancia entre las rectas

$$r \equiv x = y = z$$

$$x \equiv \begin{cases} y + z = 8 \\ x + y + z = 1. \end{cases}$$

12. Ecuación de la recta que pasa por el punto $(0, 0, 0)$ y forma un ángulo de amplitud $\pi/6$ con los planos OXY y OYZ.

13. Dada una recta r

$$\frac{x - a_1}{m_1} = \frac{y - a_2}{m_2} = \frac{z - a_3}{m_3}$$

y un punto $P = (p_1, p_2, p_3)$, deducir las coordenadas del punto Q simétrico del P respecto a la recta r.