

**PROBLEMAS DE LA ASIGNATURA AMPLIACIÓN DE
MATEMÁTICAS
Ingeniería Técnica en Topografía**

Tema III: Espacios Vectoriales. Subespacios. Sistemas de generadores. Sistemas libres. Bases.

1. Consideremos el espacio vectorial \mathbb{R}^2 con las operaciones usuales. Comprobar si los siguientes conjuntos son subespacios vectoriales.
 - (a) $\{(x, y): x = 2y\}$
 - (b) $\{(x, y): y = 2x + 1\}$
 - (c) $\{(x, y): x = 1\}$
 - (d) $\{(0, 0)\}$
 - (e) $\{(x, y): y = x^2\}$
 - (f) $\{(x, y): \exists \alpha, \beta \in \mathbb{R} \text{ tal que } (x, y) = \alpha(1, 2) + \beta(2, 3)\}$

2. Consideremos el espacio vectorial \mathbb{R}^3 con las operaciones usuales. Comprobar si los siguientes sistemas son generadores, si son libres o ligados y si forman base.
 - (a) $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$
 - (b) $\{(1, 1, 1), (2, 1, 2), (1, 2, 1)\}$
 - (c) $\{(1, 0, 0), (1, 1, 0)\}$
 - (d) $\{(-1, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, -1), (0, 0, 1)\}$
 - (e) $\{(1, 1, 1), (2, 2, 2)\}$
 - (f) $\{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$
 - (g) $\{(1, 2, 3), (3, 2, 1), (2, 1, 3)\}$
 - (h) $\{(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 2), (2, 2, 2)\}$
 - (i) $\{(1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1)\}$
 - (j) $\{(2, 1, 0), (0, 1, 2)\}$

3. Consideremos el espacio vectorial \mathbb{R}^3 con las operaciones usuales. Dar una base del espacio que contenga a los siguientes vectores y obtener las coordenadas de $(1, 1, 1)$ en dicha base.
 - (a) $(1, 2, 3)$ y $(3, 2, 1)$

(b) $(1, 0, 0)$ y $(1, 1, 0)$

(c) $(0, 1, 2)$

4. Dados los sistemas de generadores de \mathbb{R}^3 ,

(a) $\{(-1, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, -1), (0, 0, 1)\}$,

(b) $\{(1, 0, 1), (0, 1, 0), (0, 0, 0), (1, 1, 1), (0, 1, 1)\}$,

(c) $\{(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 2), (2, 2, 2)\}$,

(d) $\{(1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1), (0, 0, 0), (1, 0, 1)\}$

(e) $\{(2, 2, 2), (1, 1, 1), (0, 0, 0), (2, 1, 0), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$

eliminar los vectores que sean combinación lineal de los restantes para obtener una base. Obtener las coordenadas de $(1, 2, 3)$ en dicha base.

5. Obtener el rango de los subespacios generados por los sistemas del ejercicio 2.