

**PROBLEMAS DE LA ASIGNATURA AMPLIACIÓN DE  
MATEMÁTICAS  
Ingeniería Técnica en Topografía**

**Tema VI: Espacio Afín. Plano Afín. Espacio Afín**

1. Hallar la ecuación de una recta  $r$  que pasa por el punto  $(7, 0)$  y corta a la recta  $5x - 3y = 3$  en un punto de abscisa 4.
2. Determinar la recta común de los haces  $\lambda(x - 2y + 1) + \mu(3x + y - 3) = 0$  y  $\lambda(x - 3) + \mu(x + y + 1) = 0$ .

3. Un punto  $M$  se mueve en el plano de modo que sus coordenadas, respecto de cierto sistema de referencia, están definidas en el instante  $t$  por

$$x = 5t - 10, \quad y = 3t - 9.$$

Hallar la recta que describe, dónde corta a los ejes y dónde se encuentra en el instante inicial

4. Demostrar que la ecuación implícita de la recta  $r$  que pasa por los puntos  $(a, 0)$  y  $(0, b)$ , siendo  $a$  y  $b$  distintos de cero, es

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$

5. Estudiar la posición relativa de las rectas

$$r \equiv bx + y = a, \quad s \equiv x - ay = b,$$

en función de los parámetros  $a$  y  $b$ .

6. Ecuación de la recta que pasa por el origen y es paralela a la recta

$$\frac{x - 1}{3} = \frac{y - 2}{2} = z - 3$$

7. Ecuación del plano que pasa por  $(2, -7, 3)$ ,  $(6, -4, 2)$  y  $(3, 2, 1)$ .
8. Ecuación de los planos  $OXY$ ,  $OXZ$  y  $OYZ$ .
9. Estudiar la posición relativa de los siguientes pares de planos:

(a)

$$\pi \equiv x - y + 3z + 4 = 0, \quad \pi' \equiv x + y + z + 6 = 0.$$

(b)

$$\pi \equiv x - y + 3z + 2 = 0, \quad \pi' \equiv 2x - 2y + 6z + 4 = 0.$$

(c)

$$\pi \equiv x - y + 3z + 2 = 0, \quad \pi' \equiv (x - 3) + (y - 3) + 3(z - 3) = 0.$$

10. Estudiar las posiciones relativas de los siguientes pares de recta y plano

(a)

$$r \equiv \begin{cases} x + y + z = 0, \\ x - y - z = 0, \end{cases} \quad \pi \equiv x + z = 0$$

(b)

$$r \equiv \frac{x}{13} = \frac{y}{2} = -z, \quad \pi \equiv x - 5y + 3z = 2.$$

11. Estudiar la posición relativa de los siguientes pares de rectas:

(a)

$$r \equiv \begin{cases} x - y + z = 2, \\ x + y - 2z = 4, \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} 2x - z = 6, \\ 2y - 3z = 2. \end{cases}$$

(b)

$$r \equiv \begin{cases} x = 0, \\ y = 0, \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} z = 0, \\ 3x - y = 0. \end{cases}$$

(c)

$$r \equiv \begin{cases} x = 0, \\ y = 0, \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} x = 3, \\ y = 0. \end{cases}$$

(d)

$$r \equiv \begin{cases} x = 0, \\ y = 0, \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} x = 2, \\ z = 0. \end{cases}$$

12. Determinar el plano  $\pi$  que pasa por  $(1, 2, 1)$  y es paralelo a las rectas  $r$  y  $s$ , siendo

$$r \equiv \begin{cases} x + y - 2z = 0, \\ 2x - y - z = 0, \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} -x - y + z + 1 = 0, \\ y + z - 2 = 0. \end{cases}$$

13. Hallar la ecuación de la recta  $r$  que pasa por el origen y se apoya en las rectas  $r$  y  $s$ , siendo:

$$r \equiv \begin{cases} x = 2y + 3, \\ z = -y + 4, \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} x + y + z = 0, \\ 2x - y + 2 = 0. \end{cases}$$

14. Hallar la ecuación del plano  $\pi$  que contiene a la recta  $r$  y es paralelo al plano  $\pi' \equiv x + 2y + Cz + K = 0$ , discutiendo el problema en función de los valores de  $C$  y de  $K$  y siendo la recta  $r$ :

$$r \equiv \frac{x - 2}{3} = \frac{y - 1}{2} = z + 2.$$

15. Estudiar la posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$ , discutiendo el resultado en función de los parámetros  $a$  y  $b$ .

$$r \equiv \begin{cases} 3x - 2y + 1 = 0, \\ 8x - 2y - 2z + 2 = 0, \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} bx - 2y + 6 - b = 0, \\ 3x - 2y + 2a - 3 = 0. \end{cases}$$