Cálculo Numérico y Estadística

Primera parte: Cálculo Numérico

José Luis Bravo

Curso 2019/2020
Segundo semestre

Programa

Presentación.

Tema I.1: Resolución Numérica de Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Tema I.2: Resolución Numérica de Ecuaciones no Lineales.

Tema I.3: Interpolación.

Tema I.4: Integración Numérica.

Programa

Presentación.

Tema I.1: Resolución Numérica de Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Tema I.2: Resolución Numérica de Ecuaciones no Lineales.

Tema I.3: Interpolación.

Tema I.4: Integración Numérica.

Bibliografía. De los libros que aparecen en la ficha de la asignatura se recomienda especialmente el siguiente:

KINCAID, D., CHENEY, W., "Análisis Numérico. Las matemáticas del cálculo científico", Edit. Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington Delaware, USA, 1994.

Programa

Tema I.1: Resolución Numérica de Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Programa

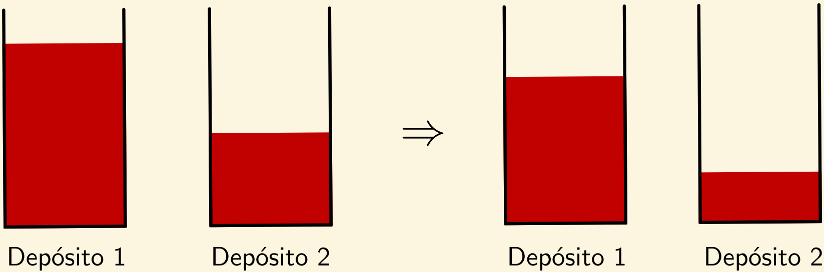
Tema I.1: Resolución Numérica de Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Ejemplo: Tenemos dos depósitos que contienen vino.

a) En el depósito 1 hay el doble de litros que en el depósito 2.

b) Si sacamos 15 litros de cada depósito, entonces en el depósito 1 hay el triple de litros que en el depósito 2.

¿Cuántos litros había originalmente en cada depósito?



Programa

Tema I.1: Resolución Numérica de Sistemas de Ecuaciones Lineales.

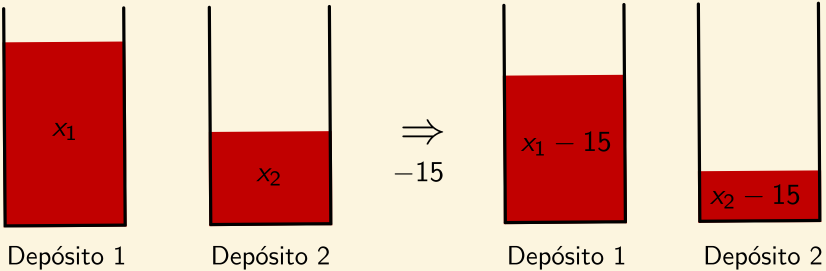
Ejemplo: Tenemos dos depósitos que contienen vino.

a) En el depósito 1 hay el doble de litros que en el depósito 2.

b) Si sacamos 15 litros de cada depósito, entonces en el depósito 1 hay el triple de litros que en el depósito 2.

¿Cuántos litros había originalmente en cada depósito?

x_1 =litros del depósito 1, x_2 =litros del depósito 2



Programa

Tema I.1: Resolución Numérica de Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Ejemplo: Tenemos dos depósitos que contienen vino.

a) En el depósito 1 hay el doble de litros que en el depósito 2.

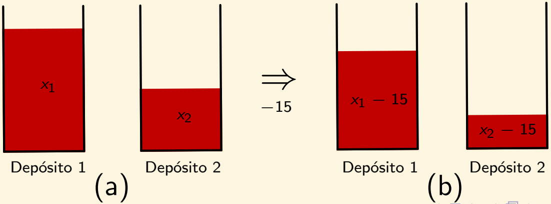
b) Si sacamos 15 litros de cada depósito, entonces en el depósito 1 hay el triple de litros que en el depósito 2.

¿Cuántos litros había originalmente en cada depósito?

x_1 =litros del depósito 1, x_2 =litros del depósito 2

a) $\rightarrow$ $x_1 = 2x_2$

b) $\rightarrow$ $x_1 - 15 = 3(x_2 - 15)$



Programa

Tema I.1: Resolución Numérica de Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Ejemplo: Tenemos dos depósitos que contienen vino.

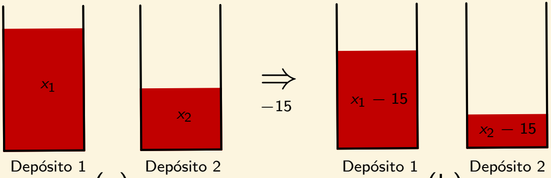
a) En el depósito 1 hay el doble de litros que en el depósito 2.

b) Si sacamos 15 litros de cada depósito, entonces en el depósito 1 hay el triple de litros que en el depósito 2.

¿Cuántos litros había originalmente en cada depósito?

x_1 =litros del depósito 1, $\quad x_2$ =litros del depósito 2

$$\left.\begin{array}{llll} \text{a)} \rightarrow & x_1 = 2x_2 & \rightarrow & x_1 - 2x_2 = 0 \\ \text{b)} \rightarrow & x_1 - 15 = 3(x_2 - 15) & \rightarrow & x_1 - 3x_2 = -30 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x_1 = 60 \\ x_2 = 30 \end{array}\right.$$



(a) (b)

Programa

Tema I.1: Resolución Numérica de Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Ejemplo: Tenemos dos depósitos que contienen vino.

a) En el depósito 1 hay el doble de litros que en el depósito 2.

b) Si sacamos 15 litros de cada depósito, entonces en el depósito 1 hay el triple de litros que en el depósito 2.

¿Cuántos litros había originalmente en cada depósito?

$x_1 =$litros del depósito 1, $\quad x_2 =$litros del depósito 2

$$\left.\begin{array}{lll} \text{a)} \rightarrow \; x_1 = 2x_2 & \rightarrow & x_1 - 2x_2 = 0 \\ \text{b)} \rightarrow \; x_1 - 15 = 3(x_2 - 15) & \rightarrow & x_1 - 3x_2 = -30 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x_1 = 60 \\ x_2 = 30 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} a_{11} = 1,\; a_{12} = -2,\; b_1 = 0 \\ a_{21} = 1,\; a_{22} = -3,\; b_2 = -30 \end{array}$$

Programa

Tema I.1: Resolución Numérica de Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Resolución por el método de Cramer:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ -30 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = 60, \; x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -30 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = 30$$

$$\left.\begin{array}{llll} \text{a)} \rightarrow & x_1 = 2x_2 & \rightarrow & x_1 - 2x_2 = 0 \\ \text{b)} \rightarrow & x_1 - 15 = 3(x_2 - 15) & \rightarrow & x_1 - 3x_2 = -30 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 60 \\ x_2 = 30 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} a_{11} = 1,\; a_{12} = -2,\; b_1 = 0 \\ a_{21} = 1,\; a_{22} = -3,\; b_2 = -30 \end{array}$$

Programa

Tema I.1: Resolución Numérica de Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Resolución por el método de Cramer:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ -30 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = 60, \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -30 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = 30$$

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{array}\right\}$$

$$\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{array}$$

Programa

Tema I.1: Resolución Numérica de Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Resolución por el método de Cramer:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ -30 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = 60, \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -30 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = 30$$

$$\left.\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= b_2 \end{aligned}\right\}$$

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned}$$

Calcular el determinante de una matriz $n \times n$ necesita $(n-1)n!$ multiplicaciones. Para $n = 10$ esto significa 32.659.200 multiplicaciones.

Programa

Tema I.1: Resolución Numérica de Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Resolución por el método de Cramer:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ -30 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = 60, \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -30 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = 30$$

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{array}$$

¡¡ Resolver, aplicando la regla de Cramer, un sistema de 100×100 necesita del orden de 9.3×10^{161} operaciones !!

Programa

Tema I.1: Resolución Numérica de Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Resolución por el método de Cramer:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ -30 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = 60, \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -30 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}} = 30$$

¡¡El universo tiene, aproximadamente, 10^{80} átomos!!

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{array}$$

¡¡ Resolver, aplicando la regla de Cramer, un sistema de 100×100 necesita del orden de 9.3×10^{161} operaciones !!

Programa

Tema I.2: Resolución Numérica de Ecuaciones no Lineales.

Programa

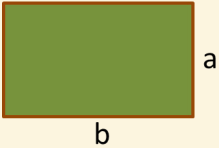
Tema I.2: Resolución Numérica de Ecuaciones no Lineales.

Ejemplo: Para vallar una finca rectangular de $750m^2$ se han utilizado $110m$ de cerca. Calcula las dimensiones de la finca.

Programa

Tema I.2: Resolución Numérica de Ecuaciones no Lineales.

Ejemplo: Para vallar una finca rectangular de $750m^2$ se han utilizado $110m$ de cerca. Calcula las dimensiones de la finca.

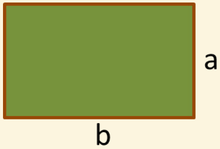


$$\left.\begin{array}{ll}\text{Superficie de la finca:} & ab = 750 \\ \text{Perímetro de la finca:} & 2a + 2b = 110\end{array}\right\}$$

Programa

Tema I.2: Resolución Numérica de Ecuaciones no Lineales.

Ejemplo: Para vallar una finca rectangular de $750m^2$ se han utilizado $110m$ de cerca. Calcula las dimensiones de la finca.



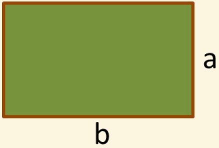
$$\left.\begin{array}{ll} \text{Superficie de la finca:} & ab = 750 \\ \text{Perímetro de la finca:} & 2a + 2b = 110 \end{array}\right\}$$

$$b = \frac{750}{a} \quad \rightarrow \quad 2a + 2\left(\frac{750}{a}\right) = 110 \quad \rightarrow \quad 2a^2 - 110a + 1500 = 0$$

Programa

Tema I.2: Resolución Numérica de Ecuaciones no Lineales.

Ejemplo: Para vallar una finca rectangular de $750m^2$ se han utilizado $110m$ de cerca. Calcula las dimensiones de la finca.



$$\left.\begin{array}{ll} \text{Superficie de la finca:} & ab = 750 \\ \text{Perímetro de la finca:} & 2a + 2b = 110 \end{array}\right\}$$

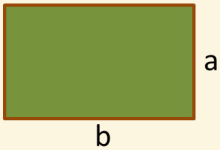
$$b = \frac{750}{a} \quad \rightarrow \quad 2a + 2\left(\frac{750}{a}\right) = 110 \quad \rightarrow \quad 2a^2 - 110a + 1500 = 0$$

$$a = \frac{110 \pm \sqrt{110^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1500}}{2 \cdot 2} = \left\{ \begin{array}{ll} 30 \rightarrow & b = 25 \\ 25 \rightarrow & b = 30 \end{array} \right. \rightarrow \text{Dimensiones: } 25 \times 30$$

Programa

Tema I.2: Resolución Numérica de Ecuaciones no Lineales.

Ejemplo: Para vallar una finca rectangular de $750m^2$ se han utilizado $110m$ de cerca. Calcula las dimensiones de la finca.



$$\left.\begin{array}{ll}\text{Superficie de la finca:} & ab = 750 \\ \text{Perímetro de la finca:} & 2a + 2b = 110\end{array}\right\}$$

$$b = \frac{750}{a} \quad \rightarrow \quad 2a + 2\left(\frac{750}{a}\right) = 110 \quad \rightarrow \quad 2a^2 - 110a + 1500 = 0$$

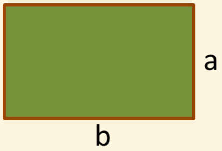
$$a = \frac{110 \pm \sqrt{110^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1500}}{2 \cdot 2} = \begin{cases} 30 \rightarrow & b = 25 \\ 25 \rightarrow & b = 30 \end{cases} \rightarrow \text{Dimensiones: } 25 \times 30$$

Para resolver el problema hemos calculado la solución de la ecuación $2x^2 - 110x + 1500 = 0$, es decir, hemos buscado un escalar x que verifica $f(x) = 0$, siendo $f(x) = 2x^2 - 110x + 1500$.

Programa

Tema I.2: Resolución Numérica de Ecuaciones no Lineales.

Ejemplo: Para vallar una finca rectangular de $750m^2$ se han utilizado $110m$ de cerca. Calcula las dimensiones de la finca.



$$\left.\begin{array}{ll}\text{Superficie de la finca:} & ab = 750 \\ \text{Perímetro de la finca:} & 2a + 2b = 110\end{array}\right\}$$

$$b = \frac{750}{a} \quad \to \quad 2a + 2\left(\frac{750}{a}\right) = 110 \quad \to \quad 2a^2 - 110a + 1500 = 0$$

$$a = \frac{110 \pm \sqrt{110^2 - 4\cdot 2\cdot 1500}}{2\cdot 2} = \left\{\begin{array}{ll} 30 \to & b = 25 \\ 25 \to & b = 30\end{array}\right. \to \text{Dimensiones: } 25 \times 30$$

Para resolver el problema hemos calculado la solución de la ecuación $2x^2 - 110x + 1500 = 0$, es decir, hemos buscado un escalar x que verifica $f(x) = 0$, siendo $f(x) = 2x^2 - 110x + 1500$.

¿Qué hacemos si $f(x)$ es de la forma $f(x) = 10x^{16} - 15x^7 + 1$ ó $f(x) = \cos(x^3 - 1) + \text{sen}(x^3 - 1)$?

Programa

Tema I.3: Interpolación.

Programa

Tema I.3: Interpolación.

Ejemplo: Supongamos que nos dan la siguiente tabla del censo de población de cierta ciudad:

Año	1940	1960	1980	2000
Miles de habitantes	120.25	180.54	220.23	233.18

y que nos interesa saber cuántos habitantes hubo (aproximadamente) en 1970, es decir, queremos "**interpolar**" el dato correspondiente a 1970.

Programa

Tema I.3: Interpolación.

Ejemplo: Supongamos que nos dan la siguiente tabla del censo de población de cierta ciudad:

Año	1940	1960	1980	2000
Miles de habitantes	120.25	180.54	220.23	233.18

y que nos interesa saber cuántos habitantes hubo (aproximadamente) en 1970, es decir, queremos "**interpolar**" el dato correspondiente a 1970. Hay muchas formas de enfocar este problema.

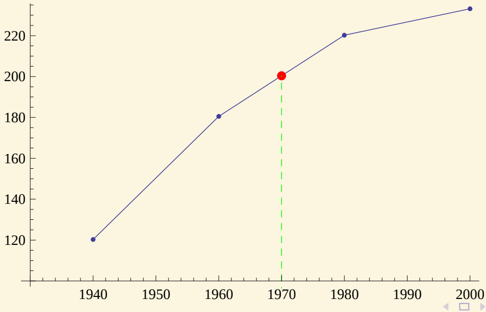
Programa

Tema I.3: Interpolación.

Ejemplo: Supongamos que nos dan la siguiente tabla del censo de población de cierta ciudad:

Año	1940	1960	1980	2000
Miles de habitantes	120.25	180.54	220.23	233.18

y que nos interesa saber cuántos habitantes hubo (aproximadamente) en 1970, es decir, queremos "**interpolar**" el dato correspondiente a 1970. Hay muchas formas de enfocar este problema. Por ejemplo:



Programa

Tema I.3: Interpolación.

Ejemplo: Supongamos que nos dan la siguiente tabla del censo de población de cierta ciudad:

Año	1940	1960	1980	2000
Miles de habitantes	120.25	180.54	220.23	233.18

y que nos interesa saber cuántos habitantes hubo (aproximadamente) en 1970, es decir, queremos "**interpolar**" el dato correspondiente a 1970. Hay muchas formas de enfocar este problema. La que veremos nosotros consistirá en calcular una función polinómica de la forma

$$f(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x_1 + a_0$$

que pase por los datos conocidos y con ella aproximaremos los datos no conocidos.

Programa

Tema I.3: Interpolación.

Ejemplo: Supongamos que nos dan la siguiente tabla del censo de población de cierta ciudad:

Año	1940	1960	1980	2000
Miles de habitantes	120.25	180.54	220.23	233.18

y que nos interesa saber cuántos habitantes hubo (aproximadamente) en 1970, es decir, queremos "**interpolar**" el dato correspondiente a 1970. Hay muchas formas de enfocar este problema. La que veremos nosotros consistirá en calcular una función polinómica de la forma

$$f(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x_1 + a_0$$

que pase por los datos conocidos y con ella aproximaremos los datos no conocidos. En este caso concreto, calcularíamos una función de la forma $f(x) = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ que verifique

$f(1940) = 120.25$, $f(1960) = 180.54$, $f(1980) = 220.23$, $f(2000) = 233.18$.

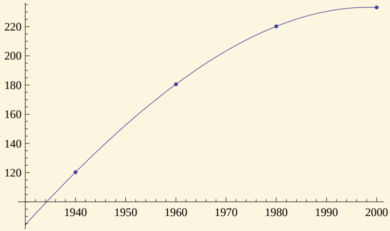
El valor que nos interesa lo aproximaríamos calculando $f(1970)$.

Programa

Tema I.3: Interpolación.

Obtenemos así el polinomio

$$f(x) = -\frac{307}{2400000}x^3 + \frac{454}{625}x^2 - \frac{411217}{300}x + \frac{42970659}{50},$$



En este caso concreto, calcularíamos una función de la forma $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ que verifique

$f(1940) = 120.25,\ f(1960) = 180.54,\ f(1980) = 220.23,\ f(2000) = 233.18.$

El valor que nos interesa lo aproximaríamos calculando $f(1970)$.

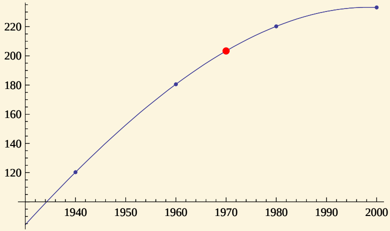
Programa

Tema I.3: Interpolación.

Obtenemos así el polinomio

$$f(x) = -\frac{307}{2400000}x^3 + \frac{454}{625}x^2 - \frac{411217}{300}x + \frac{42970659}{50},$$

con lo que $f(1970) = 203.34$.



En este caso concreto, calcularíamos una función de la forma $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ que verifique

$f(1940) = 120.25,\ f(1960) = 180.54,\ f(1980) = 220.23,\ f(2000) = 233.18.$

El valor que nos interesa lo aproximaríamos calculando $f(1970)$.

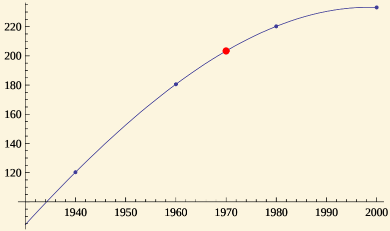
Programa

Tema I.3: Interpolación.

Obtenemos así el polinomio

$$f(x) = -\frac{307}{2400000}x^3 + \frac{454}{625}x^2 - \frac{411217}{300}x + \frac{42970659}{50},$$

con lo que $f(1970) = 203.34$.



En este caso concreto, calcularíamos una función de la forma $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ que verifique

$f(1940) = 120.25$, $f(1960) = 180.54$, $f(1980) = 220.23$, $f(2000) = 233.18$.

El valor que nos interesa lo aproximaríamos calculando $f(1970)$.

Programa

Tema I.4: Integración Numérica.

Programa

Tema I.4: Integración Numérica.

Ejemplo: Supongamos que queremos calcular

$$\int_{10}^{25} x^2 \, dx$$

Programa

Tema I.4: Integración Numérica.

Ejemplo: Supongamos que queremos calcular

$$\int_{10}^{25} x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_{10}^{25} = \frac{25^3}{3} - \frac{10^3}{3} = 4875$$

Programa

Tema I.4: Integración Numérica.

Ejemplo: Supongamos que queremos calcular

$$\int_{10}^{25} x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_{10}^{25} = \frac{25^3}{3} - \frac{10^3}{3} = 4875$$

Sin embargo, si queremos calcular

$$\int_{10}^{25} \sqrt{1+x^4}\,dx$$

la cosa ya no es tan sencilla, pues esta función no tiene una primitiva elemental. Podemos, no obstante, **aproximar** la integral con métodos numéricos.

Programa

Tema I.4: Integración Numérica.

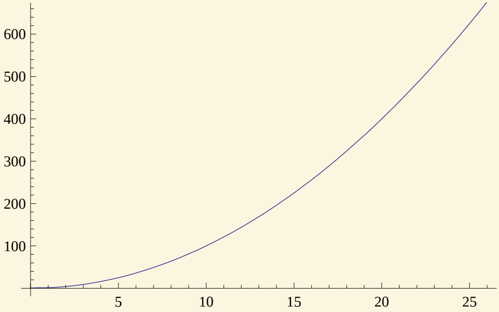
Ejemplo: Supongamos que queremos calcular

$$\int_{10}^{25} x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_{10}^{25} = \frac{25^3}{3} - \frac{10^3}{3} = 4875$$

Sin embargo, si queremos calcular

$$\int_{10}^{25} \sqrt{1+x^4}\,dx$$

la cosa ya no es tan sencilla, pues esta función no tiene una primitiva elemental. Podemos, no obstante, **aproximar** la integral con métodos numéricos.



Programa

Tema I.4: Integración Numérica.

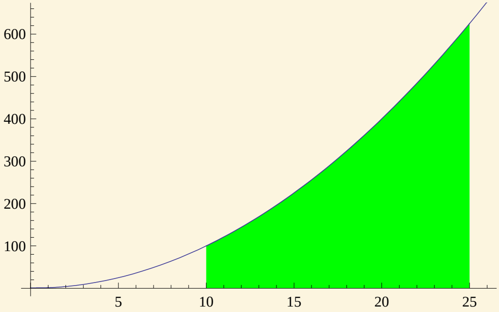
Ejemplo: Supongamos que queremos calcular

$$\int_{10}^{25} x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_{10}^{25} = \frac{25^3}{3} - \frac{10^3}{3} = 4875$$

Sin embargo, si queremos calcular

$$\int_{10}^{25} \sqrt{1+x^4}\,dx$$

la cosa ya no es tan sencilla, pues esta función no tiene una primitiva elemental. Podemos, no obstante, **aproximar** la integral con métodos numéricos.



Programa

Tema I.4: Integración Numérica.

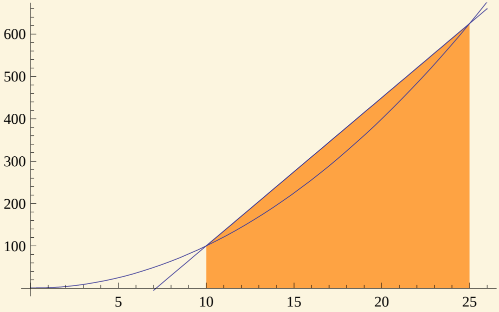
Ejemplo: Supongamos que queremos calcular

$$\int_{10}^{25} x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_{10}^{25} = \frac{25^3}{3} - \frac{10^3}{3} = 4875$$

Sin embargo, si queremos calcular

$$\int_{10}^{25} \sqrt{1+x^4}\,dx$$

la cosa ya no es tan sencilla, pues esta función no tiene una primitiva elemental. Podemos, no obstante, **aproximar** la integral con métodos numéricos.



Programa

Tema I.4: Integración Numérica.

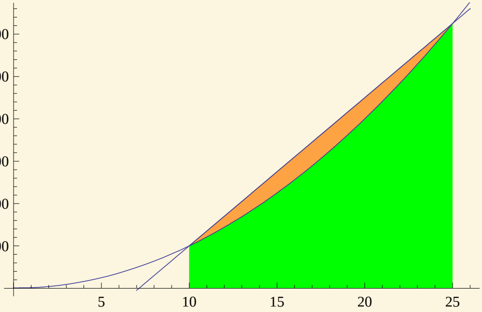
Ejemplo: Supongamos que queremos calcular

$$\int_{10}^{25} x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_{10}^{25} = \frac{25^3}{3} - \frac{10^3}{3} = 4875$$

Sin embargo, si queremos calcular

$$\int_{10}^{25} \sqrt{1+x^4}\,dx$$

la cosa ya no es tan sencilla, pues esta función no tiene una primitiva elemental. Podemos, no obstante, **aproximar** la integral con métodos numéricos.



Programa

Tema I.4: Integración Numérica.

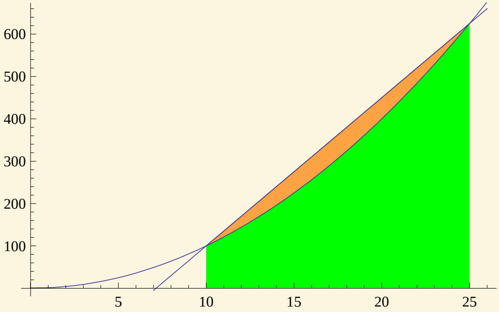
Ejemplo: Supongamos que queremos calcular

$$\int_{10}^{25} x^2\, dx = \frac{x^3}{3}\Big|_{10}^{25} = \frac{25^3}{3} - \frac{10^3}{3} = 4875$$

Sin embargo, si queremos calcular

$$\int_{10}^{25} \sqrt{1+x^4}\, dx$$

la cosa ya no es tan sencilla, pues esta función no tiene una primitiva elemental. Podemos, no obstante, **aproximar** la integral con métodos numéricos.



$$\int_{10}^{25} \sqrt{1+x^4}\, dx \approx \frac{25-10}{2}\left(\sqrt{1+10^4} + \sqrt{1+25^4}\right) = 5437.54$$