Cálculo Numérico y Estadística

Primera parte: Cálculo Numérico

José Luis Bravo

Curso 2019/2020
Segundo semestre

Si f es una función definida en $[a, b]$, no siempre es fácil encontrar una primitiva que nos permita calcular $\int_a^b f(x)\,dx$. Por otra parte, muchas veces ni siquiera conocemos la función $f(x)$, sino que únicamente tenemos la capacidad de evaluarla (por ejemplo, como resultado de un experimento). Esto hace que sea necesario disponer de métodos numéricos para aproximar $\int_a^b f(x)\,dx$.

Si f es una función definida en $[a, b]$, no siempre es fácil encontrar una primitiva que nos permita calcular $\int_a^b f(x)\,dx$. Por otra parte, muchas veces ni siquiera conocemos la función $f(x)$, sino que únicamente tenemos la capacidad de evaluarla (por ejemplo, como resultado de un experimento). Esto hace que sea necesario disponer de métodos numéricos para aproximar $\int_a^b f(x)\,dx$.

Parece lógico esperar que si $P(x)$ es una buena aproximación de la función $f(x)$, entonces $\int_a^b P(x)\,dx$ será una buena aproximación de $\int_a^b f(x)\,dx$.

Tema I.4: Integración numérica.

Si f es una función definida en $[a, b]$, no siempre es fácil encontrar una primitiva que nos permita calcular $\int_a^b f(x)\,dx$. Por otra parte, muchas veces ni siquiera conocemos la función $f(x)$, sino que únicamente tenemos la capacidad de evaluarla (por ejemplo, como resultado de un experimento). Esto hace que sea necesario disponer de métodos numéricos para aproximar $\int_a^b f(x)\,dx$.

Parece lógico esperar que si $P(x)$ es una buena aproximación de la función $f(x)$, entonces $\int_a^b P(x)\,dx$ será una buena aproximación de $\int_a^b f(x)\,dx$.

Esto es cierto, pues si $|f(x) - P(x)| \leq \varepsilon$ para todo $x \in [a, b]$, entonces

$$\left| \int_a^b f(x)\,dx - \int_a^b P(x)\,dx \right| = \left| \int_a^b (f(x) - P(x))\,dx \right|$$

Si f es una función definida en $[a, b]$, no siempre es fácil encontrar una primitiva que nos permita calcular $\int_a^b f(x)\,dx$. Por otra parte, muchas veces ni siquiera conocemos la función $f(x)$, sino que únicamente tenemos la capacidad de evaluarla (por ejemplo, como resultado de un experimento). Esto hace que sea necesario disponer de métodos numéricos para aproximar $\int_a^b f(x)\,dx$.

Parece lógico esperar que si $P(x)$ es una buena aproximación de la función $f(x)$, entonces $\int_a^b P(x)\,dx$ será una buena aproximación de $\int_a^b f(x)\,dx$.

Esto es cierto, pues si $|f(x) - P(x)| \leq \varepsilon$ para todo $x \in [a, b]$, entonces

$$\left| \int_a^b f(x)\,dx - \int_a^b P(x)\,dx \right| = \left| \int_a^b (f(x) - P(x))\,dx \right| \leq$$

$$\int_a^b |f(x) - P(x)|\,dx$$

Tema I.4: Integración numérica.

Si f es una función definida en $[a, b]$, no siempre es fácil encontrar una primitiva que nos permita calcular $\int_a^b f(x)\,dx$. Por otra parte, muchas veces ni siquiera conocemos la función $f(x)$, sino que únicamente tenemos la capacidad de evaluarla (por ejemplo, como resultado de un experimento). Esto hace que sea necesario disponer de métodos numéricos para aproximar $\int_a^b f(x)\,dx$.

Parece lógico esperar que si $P(x)$ es una buena aproximación de la función $f(x)$, entonces $\int_a^b P(x)\,dx$ será una buena aproximación de $\int_a^b f(x)\,dx$.

Esto es cierto, pues si $|f(x) - P(x)| \leq \varepsilon$ para todo $x \in [a, b]$, entonces

$$\left| \int_a^b f(x)\,dx - \int_a^b P(x)\,dx \right| = \left| \int_a^b (f(x) - P(x))\,dx \right| \leq$$

$$\int_a^b |f(x) - P(x)|\,dx \leq \int_a^b \varepsilon\,dx$$

Si f es una función definida en $[a, b]$, no siempre es fácil encontrar una primitiva que nos permita calcular $\int_a^b f(x)\,dx$. Por otra parte, muchas veces ni siquiera conocemos la función $f(x)$, sino que únicamente tenemos la capacidad de evaluarla (por ejemplo, como resultado de un experimento). Esto hace que sea necesario disponer de métodos numéricos para aproximar $\int_a^b f(x)\,dx$.

Parece lógico esperar que si $P(x)$ es una buena aproximación de la función $f(x)$, entonces $\int_a^b P(x)\,dx$ será una buena aproximación de $\int_a^b f(x)\,dx$.

Esto es cierto, pues si $|f(x) - P(x)| \leq \varepsilon$ para todo $x \in [a, b]$, entonces

$$\left| \int_a^b f(x)\,dx - \int_a^b P(x)\,dx \right| = \left| \int_a^b (f(x) - P(x))\,dx \right| \leq$$

$$\int_a^b |f(x) - P(x)|\,dx \leq \int_a^b \varepsilon\,dx \leq \varepsilon(b - a)$$

Si f es una función definida en $[a,b]$, no siempre es fácil encontrar una primitiva que nos permita calcular $\int_a^b f(x)\,dx$. Por otra parte, muchas veces ni siquiera conocemos la función $f(x)$, sino que únicamente tenemos la capacidad de evaluarla (por ejemplo, como resultado de un experimento). Esto hace que sea necesario disponer de métodos numéricos para aproximar $\int_a^b f(x)\,dx$.

Parece lógico esperar que si $P(x)$ es una buena aproximación de la función $f(x)$, entonces $\int_a^b P(x)\,dx$ será una buena aproximación de $\int_a^b f(x)\,dx$.

Esto es cierto, pues si $|f(x)-P(x)| \leq \varepsilon$ para todo $x \in [a,b]$, entonces

$$\left| \int_a^b f(x)\,dx - \int_a^b P(x)\,dx \right| = \left| \int_a^b (f(x)-P(x))\,dx \right| \leq$$

$$\int_a^b \left| f(x)-P(x) \right| dx \leq \int_a^b \varepsilon\,dx \leq \varepsilon(b-a)$$

Por tanto, para que $\int_a^b P(x)\,dx$ aproxime bien a $\int_a^b f(x)\,dx$ bastará hacer ε suficientemente pequeño.

En el tema anterior, hemos visto que una posible forma de aproximar a la función f es utilizar un polinomio que la interpole en varios puntos. En esto se basarán los métodos de aproximar la integral, que veremos a continuación.

En el tema anterior, hemos visto que una posible forma de aproximar a la función f es utilizar un polinomio que la interpole en varios puntos. En esto se basarán los métodos de aproximar la integral, que veremos a continuación.

Sean $x_0 < x_1 < \cdots < x_n$, $n+1$ puntos de $[a, b]$. El polinomio de grado $\leq n$, $P(x)$, que interpola a $f(x)$ en esos puntos lo podemos calcular en la forma de Lagrange como

$$P(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i)L_i(x) = f(x_0)L_0(x)+f(x_1)L_1(x)+\cdots+f(x_n)L_n(x) \qquad (*)$$

en donde $L_0(x), L_1(x), \ldots, L_n(x)$ son los polinomios de Lagrange correspondientes a los puntos $x_0, \ldots, x_n$, es decir

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(\widehat{x-x_i})\cdots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\cdots(\widehat{x_i-x_i})\cdots(x_i-x_n)}$$

En el tema anterior, hemos visto que una posible forma de aproximar a la función f es utilizar un polinomio que la interpole en varios puntos. En esto se basarán los métodos de aproximar la integral, que veremos a continuación.

Sean $x_0 < x_1 < \cdots < x_n$, $n+1$ puntos de $[a, b]$. El polinomio de grado $\leq n$, $P(x)$, que interpola a $f(x)$ en esos puntos lo podemos calcular en la forma de Lagrange como

$$P(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i)L_i(x) = f(x_0)L_0(x)+f(x_1)L_1(x)+\cdots+f(x_n)L_n(x) \qquad (*)$$

en donde $L_0(x), L_1(x), \ldots, L_n(x)$ son los polinomios de Lagrange correspondientes a los puntos $x_0, \ldots, x_n$, es decir

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots\widehat{(x-x_i)}\cdots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\cdots\widehat{(x_i-x_i)}\cdots(x_i-x_n)}$$

Se sigue de $(*)$ que

$$\int_a^b P(x)\,dx = \int_a^b \sum_{i=0}^{n} f(x_i)L_i(x)\,dx = \sum_{i=0}^{n} f(x_i)\int_a^b L_i(x)\,dx$$

Por tanto, podemos considerar que

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \int_a^b P(x)\,dx = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \int_a^b L_i(x)\,dx$$

---

en donde $L_0(x), L_1(x), \ldots, L_n(x)$ son los polinomios de Lagrange correspondientes a los puntos $x_0, \ldots, x_n$, es decir

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots\widehat{(x-x_i)}\cdots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\cdots\widehat{(x_i-x_i)}\cdots(x_i-x_n)}$$

Se sigue de $(*)$ que

$$\int_a^b P(x)\,dx = \int_a^b \sum_{i=0}^{n} f(x_i) L_i(x)\,dx = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \int_a^b L_i(x)\,dx$$

Por tanto, podemos considerar que

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \int_a^b P(x)\,dx = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \int_a^b L_i(x)\,dx$$

Obsérvese que para calcular el término de la derecha solo necesitamos $f(x_0), f(x_1), \ldots, f(x_n)$ y $\int_a^b L_0(x)\,dx$, $\int_a^b L_1(x)\,dx$, $\ldots$, $\int_a^b L_n(x)\,dx$, pero estas integrales solo dependen de los puntos $x_0, x_1, \ldots, x_n$, y no de $f(x)$.

---

en donde $L_0(x), L_1(x), \ldots, L_n(x)$ son los polinomios de Lagrange correspondientes a los puntos $x_0, \ldots, x_n$, es decir

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} = \frac{(x - x_0)(x - x_1)\cdots\widehat{(x - x_i)}\cdots(x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1)\cdots\widehat{(x_i - x_i)}\cdots(x_i - x_n)}$$

Se sigue de $(*)$ que

$$\int_a^b P(x)\,dx = \int_a^b \sum_{i=0}^{n} f(x_i)L_i(x)\,dx = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \int_a^b L_i(x)\,dx$$

Por tanto, podemos considerar que

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \int_a^b P(x)\,dx = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \int_a^b L_i(x)\,dx$$

Obsérvese que para calcular el término de la derecha solo necesitamos $f(x_0), f(x_1), \ldots, f(x_n)$ y $\int_a^b L_0(x)\,dx$, $\int_a^b L_1(x)\,dx$, $\ldots$, $\int_a^b L_n(x)\,dx$, pero estas integrales solo dependen de los puntos $x_0, x_1, \ldots, x_n$, y no de $f(x)$.

Cuando los puntos $x_0, x_1, \ldots, x_n$ están igualmente espaciados entre si, lo anterior da lugar a las *fórmulas de cuadratura de Newton-Cotes*.

---

en donde $L_0(x), L_1(x), \ldots, L_n(x)$ son los polinomios de Lagrange correspondientes a los puntos $x_0, \ldots, x_n$, es decir

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots\widehat{(x-x_i)}\cdots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\cdots\widehat{(x_i-x_i)}\cdots(x_i-x_n)}$$

Se sigue de $(*)$ que

$$\int_a^b P(x)\,dx = \int_a^b \sum_{i=0}^{n} f(x_i) L_i(x)\,dx = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \int_a^b L_i(x)\,dx$$

Fórmulas de cuadratura de Newton-Cotes

En este apartado supondremos que los puntos x_i son de la forma $x_i = a + ih$, $i = 0, 1, \ldots, n$ y $h = \frac{b-a}{n}$. De esta forma, la distancia entre dos puntos consecutivos x_i, x_{i+1} es siempre h.

Fórmulas de cuadratura de Newton-Cotes

En este apartado supondremos que los puntos x_i son de la forma $x_i = a + ih$, $i = 0, 1, \ldots, n$ y $h = \frac{b-a}{n}$. De esta forma, la distancia entre dos puntos consecutivos x_i, x_{i+1} es siempre h. Por ejemplo, para $n = 2$, tenemos $h = \frac{b-a}{2}$ y los puntos $x_0 =$

$$x_0 =$$

Fórmulas de cuadratura de Newton-Cotes

En este apartado supondremos que los puntos x_i son de la forma $x_i = a + ih$, $i = 0, 1, \ldots, n$ y $h = \frac{b-a}{n}$. De esta forma, la distancia entre dos puntos consecutivos x_i, x_{i+1} es siempre h. Por ejemplo, para $n = 2$, tenemos $h = \frac{b-a}{2}$ y los puntos $x_0 =$

$$x_0 = a + 0h = a$$

Fórmulas de cuadratura de Newton-Cotes

En este apartado supondremos que los puntos x_i son de la forma $x_i = a + ih$, $i = 0, 1, \ldots, n$ y $h = \frac{b-a}{n}$. De esta forma, la distancia entre dos puntos consecutivos x_i, x_{i+1} es siempre h. Por ejemplo, para $n = 2$, tenemos $h = \frac{b-a}{2}$ y los puntos $x_0 = a$, $x_1 =$

$x_1 =$

Fórmulas de cuadratura de Newton-Cotes

En este apartado supondremos que los puntos x_i son de la forma $x_i = a + ih$, $i = 0, 1, \ldots, n$ y $h = \frac{b-a}{n}$. De esta forma, la distancia entre dos puntos consecutivos x_i, x_{i+1} es siempre h. Por ejemplo, para $n = 2$, tenemos $h = \frac{b-a}{2}$ y los puntos $x_0 = a$, $x_1 =$

$$x_1 = a + 1h = a + \frac{b-a}{2} = \frac{a+b}{2}$$

Fórmulas de cuadratura de Newton-Cotes

En este apartado supondremos que los puntos x_i son de la forma $x_i = a+ih$, $i = 0, 1, \ldots, n$ y $h = \frac{b-a}{n}$. De esta forma, la distancia entre dos puntos consecutivos x_i, x_{i+1} es siempre h. Por ejemplo, para $n = 2$, tenemos $h = \frac{b-a}{2}$ y los puntos $x_0 = a$, $x_1 = \frac{a+b}{2}$, $x_2 =$

$$x_2 =$$

Fórmulas de cuadratura de Newton-Cotes

En este apartado supondremos que los puntos x_i son de la forma $x_i = a + ih$, $i = 0, 1, \ldots, n$ y $h = \frac{b-a}{n}$. De esta forma, la distancia entre dos puntos consecutivos x_i, x_{i+1} es siempre h. Por ejemplo, para $n = 2$, tenemos $h = \frac{b-a}{2}$ y los puntos $x_0 = a$, $x_1 = \frac{a+b}{2}$, $x_2 =$

$$x_2 = a + 2h = a + 2\left(\frac{b-a}{2}\right) = b$$

Fórmulas de cuadratura de Newton-Cotes

En este apartado supondremos que los puntos x_i son de la forma $x_i = a + ih$, $i = 0, 1, \ldots, n$ y $h = \frac{b-a}{n}$. De esta forma, la distancia entre dos puntos consecutivos x_i, x_{i+1} es siempre h. Por ejemplo, para $n = 2$, tenemos $h = \frac{b-a}{2}$ y los puntos $x_0 = a, \quad x_1 = \frac{a+b}{2}, \quad x_2 = b$.

Fórmulas de cuadratura de Newton-Cotes

En este apartado supondremos que los puntos x_i son de la forma $x_i = a + ih$, $i = 0, 1, \ldots, n$ y $h = \frac{b-a}{n}$. De esta forma, la distancia entre dos puntos consecutivos x_i, x_{i+1} es siempre h. Por ejemplo, para $n = 2$, tenemos $h = \frac{b-a}{2}$ y los puntos $x_0 = a$, $x_1 = \frac{a+b}{2}$, $x_2 = b$.

Recordemos que teníamos que calcular $\int_a^b L_i(x)\,dx$, $i = 0, 1, \ldots, n$. Puede demostrarse que cuando los x_i son como los anteriores, entonces

$$\int_a^b L_i(x)\,dx = h \int_0^n \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

Fórmulas de cuadratura de Newton-Cotes

En este apartado supondremos que los puntos x_i son de la forma $x_i = a + ih$, $i = 0, 1, \dots, n$ y $h = \frac{b-a}{n}$. De esta forma, la distancia entre dos puntos consecutivos x_i, x_{i+1} es siempre h. Por ejemplo, para $n = 2$, tenemos $h = \frac{b-a}{2}$ y los puntos $x_0 = a$, $x_1 = \frac{a+b}{2}$, $x_2 = b$.

Recordemos que teníamos que calcular $\int_a^b L_i(x)\,dx$, $i = 0, 1, \dots, n$. Puede demostrarse que cuando los x_i son como los anteriores, entonces

$$\int_a^b L_i(x)\,dx = h \int_0^n \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \dots, n$$

Esto nos lleva a las **Fórmulas de Newton-Cotes** en las que

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \dots, n$$

Ejemplo: Vamos a calcular la fórmula de Newton-Cotes correspondiente a $n = 1$. La fórmula en este caso es

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \tfrac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Vamos a calcular la fórmula de Newton-Cotes correspondiente a $n = 1$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{1} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1)\big)$$

en donde $h =$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \tfrac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Vamos a calcular la fórmula de Newton-Cotes correspondiente a $n = 1$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{1} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1)\big)$$

en donde $h = b - a$, $\quad x_0 =$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \tfrac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Vamos a calcular la fórmula de Newton-Cotes correspondiente a $n = 1$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{1} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1)\big)$$

en donde $h = b - a, \quad x_0 = a, \quad x_1 =$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \tfrac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Vamos a calcular la fórmula de Newton-Cotes correspondiente a $n = 1$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{1} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1)\big)$$

en donde $h = b - a, \quad x_0 = a, \quad x_1 = b,$

$a_0 =$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \tfrac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Vamos a calcular la fórmula de Newton-Cotes correspondiente a $n = 1$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{1} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1)\big)$$

en donde $h = b - a, \quad x_0 = a, \quad x_1 = b,$

$$a_0 = \int_0^1 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 0}}^{1} \frac{t-j}{0-j}\,dt =$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \tfrac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Vamos a calcular la fórmula de Newton-Cotes correspondiente a $n = 1$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{1} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1)\big)$$

en donde $h = b - a, \quad x_0 = a, \quad x_1 = b,$

$$a_0 = \int_0^1 \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq 0}}^{1} \frac{t-j}{0-j}\,dt = \int_0^1 \frac{t-1}{0-1}\,dt = \int_0^1 (1-t)\,dt =$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \tfrac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Vamos a calcular la fórmula de Newton-Cotes correspondiente a $n = 1$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{1} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1)\big)$$

en donde $h = b - a, \quad x_0 = a, \quad x_1 = b,$

$$a_0 = \int_0^1 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 0}}^{1} \frac{t-j}{0-j}\,dt = \int_0^1 \frac{t-1}{0-1}\,dt = \int_0^1 (1-t)\,dt = t - \frac{t^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \tfrac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Vamos a calcular la fórmula de Newton-Cotes correspondiente a $n = 1$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{1} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1)\big)$$

en donde $h = b - a, \quad x_0 = a, \quad x_1 = b,$

$$a_0 = \int_0^1 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 0}}^{1} \frac{t-j}{0-j}\,dt = \int_0^1 \frac{t-1}{0-1}\,dt = \int_0^1 (1-t)\,dt = t - \frac{t^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$

$$a_1 =$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \tfrac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Vamos a calcular la fórmula de Newton-Cotes correspondiente a $n = 1$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{1} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1)\big)$$

en donde $h = b - a, \quad x_0 = a, \quad x_1 = b,$

$$a_0 = \int_0^1 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 0}}^{1} \frac{t-j}{0-j}\,dt = \int_0^1 \frac{t-1}{0-1}\,dt = \int_0^1 (1-t)\,dt = t - \frac{t^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$

$$a_1 = \int_0^1 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 1}}^{1} \frac{t-j}{1-j}\,dt =$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Vamos a calcular la fórmula de Newton-Cotes correspondiente a $n = 1$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{1} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1)\big)$$

en donde $h = b - a, \quad x_0 = a, \quad x_1 = b,$

$$a_0 = \int_0^1 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 0}}^{1} \frac{t-j}{0-j}\,dt = \int_0^1 \frac{t-1}{0-1}\,dt = \int_0^1 (1-t)\,dt = t - \frac{t^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$

$$a_1 = \int_0^1 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 1}}^{1} \frac{t-j}{1-j}\,dt = \int_0^1 \frac{t-0}{1-0}\,dt = \int_0^1 t\,dt =$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Vamos a calcular la fórmula de Newton-Cotes correspondiente a $n = 1$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{1} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1)\big)$$

en donde $h = b - a, \quad x_0 = a, \quad x_1 = b,$

$$a_0 = \int_0^1 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 0}}^{1} \frac{t-j}{0-j}\,dt = \int_0^1 \frac{t-1}{0-1}\,dt = \int_0^1 (1-t)\,dt = t - \frac{t^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$

$$a_1 = \int_0^1 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 1}}^{1} \frac{t-j}{1-j}\,dt = \int_0^1 \frac{t-0}{1-0}\,dt = \int_0^1 t\,dt = \frac{t^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Vamos a calcular la fórmula de Newton-Cotes correspondiente a $n = 1$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{1} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1)\big)$$

en donde $h = b - a, \quad x_0 = a, \quad x_1 = b,$

$$a_0 = \int_0^1 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 0}}^{1} \frac{t-j}{0-j}\,dt = \int_0^1 \frac{t-1}{0-1}\,dt = \int_0^1 (1-t)\,dt = t - \frac{t^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$

$$a_1 = \int_0^1 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 1}}^{1} \frac{t-j}{1-j}\,dt = \int_0^1 \frac{t-0}{1-0}\,dt = \int_0^1 t\,dt = \frac{t^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{1}{2}$$

Así obtenemos la Fórmula del Trapecio: $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{2}\big(f(a)+f(b)\big)$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

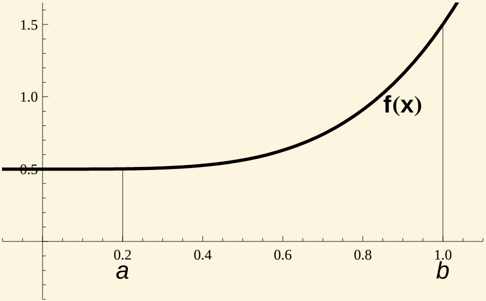
Fórmula del trapecio: $\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{2}\big(f(a)+f(b)\big)$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i=0,1,\ldots,n$$

$$h=\tfrac{b-a}{n}, \quad x_i = a+ih$$

Fórmula del trapecio: $\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{2}\left(f(a)+f(b)\right)$

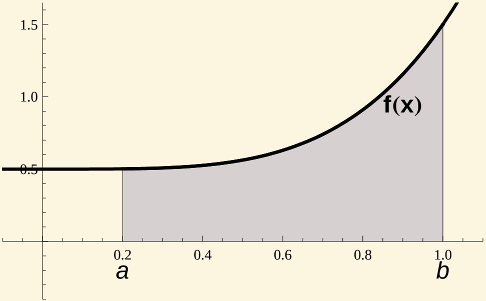


Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i=0,1,\ldots,n$$

$$h=\frac{b-a}{n}, \quad x_i = a+ih$$

Fórmula del trapecio: $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{2}\big(f(a)+f(b)\big)$

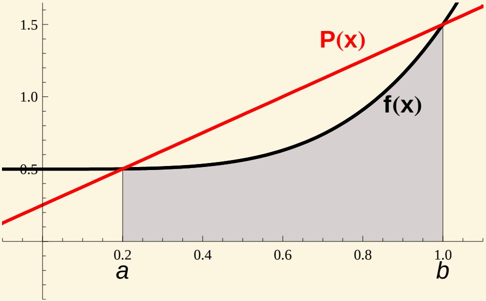


Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i=0,1,\ldots,n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Fórmula del trapecio: $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{2}\big(f(a)+f(b)\big)$

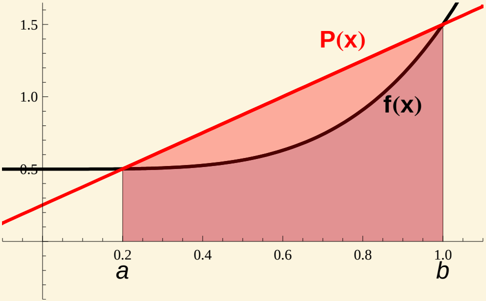


Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i=0,1,\dots,n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Fórmula del trapecio: $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{2}\big(f(a)+f(b)\big)$



Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i=0,1,\ldots,n$$

$$h=\frac{b-a}{n}, \quad x_i = a+ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0,1,\ldots,n$$

$$h = \tfrac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h =$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \tfrac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n=2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}, \quad x_0 =$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0,1,\ldots,n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}, \quad x_0 = a, \quad x_1 =$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}, \quad x_0 = a, \quad x_1 = \frac{a+b}{2}, \quad x_2 =$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}, \quad x_0 = a, \quad x_1 = \frac{a+b}{2}, \quad x_2 = b,$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \dots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$a_0 =$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}, \quad x_0 = a, \quad x_1 = \frac{a+b}{2}, \quad x_2 = b,$

$$a_0 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 0}}^{2} \frac{t-j}{0-j}\,dt =$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$$a_0 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 0}}^{2} \frac{t-j}{0-j}\,dt = \int_0^2 \Big(\frac{t-1}{0-1}\Big)\Big(\frac{t-2}{0-2}\Big)\,dt =$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n=2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$$a_0 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 0}}^{2} \frac{t-j}{0-j}\,dt = \int_0^2 \Big(\frac{t-1}{0-1}\Big)\Big(\frac{t-2}{0-2}\Big)\,dt = \frac{1}{2}\int_0^2 (t^2-3t+2)\,dt =$$

$$\frac{1}{2}\Big(\frac{t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + 2t\Big|_0^2\Big) =$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0,1,\ldots,n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$$a_0 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 0}}^{2} \frac{t-j}{0-j}\,dt = \int_0^2 \Big(\frac{t-1}{0-1}\Big)\Big(\frac{t-2}{0-2}\Big)\,dt = \frac{1}{2}\int_0^2 (t^2-3t+2)\,dt =$$

$$\frac{1}{2}\Big(\frac{t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + 2t\Big|_0^2\Big) = \frac{1}{3}$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0,1,\ldots,n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$$a_0 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 0}}^{2} \frac{t-j}{0-j}\,dt = \int_0^2 \left(\frac{t-1}{0-1}\right)\left(\frac{t-2}{0-2}\right)dt = \frac{1}{2}\int_0^2 (t^2-3t+2)\,dt =$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + 2t\Big|_0^2\right) = \frac{1}{3}$$

$a_0 = \frac{1}{3}$,

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$a_1 =$

$\boxed{a_0 = \frac{1}{3},}$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0,1,\ldots,n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $x_0 = a$, $x_1 = \frac{a+b}{2}$, $x_2 = b$,

$$a_1 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 1}}^{2} \frac{t-j}{1-j}\,dt =$$

$a_0 = \frac{1}{3}$,

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$$a_1 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 1}}^{2} \frac{t-j}{1-j}\,dt = \int_0^2 \Big(\frac{t-0}{1-0}\Big)\Big(\frac{t-2}{1-2}\Big)\,dt =$$

$$\boxed{a_0 = \tfrac{1}{3},}$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0,1,\dots,n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $x_0 = a$, $x_1 = \frac{a+b}{2}$, $x_2 = b$,

$$a_1 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 1}}^{2} \frac{t-j}{1-j}\,dt = \int_0^2 \left(\frac{t-0}{1-0}\right)\left(\frac{t-2}{1-2}\right) dt = \int_0^2 (2t-t^2)\,dt =$$

$a_0 = \frac{1}{3}$,

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$$a_1 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 1}}^{2} \frac{t-j}{1-j}\,dt = \int_0^2 \Big(\frac{t-0}{1-0}\Big)\Big(\frac{t-2}{1-2}\Big)\,dt = \int_0^2 (2t - t^2)\,dt =$$

$$t^2 - \frac{t^3}{3}\Big|_0^2 =$$

$a_0 = \frac{1}{3}$,

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$$a_1 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 1}}^{2} \frac{t-j}{1-j}\,dt = \int_0^2 \left(\frac{t-0}{1-0}\right)\left(\frac{t-2}{1-2}\right)dt = \int_0^2 (2t - t^2)\,dt =$$

$$t^2 - \frac{t^3}{3}\Big|_0^2 = \frac{4}{3}$$

$a_0 = \frac{1}{3}$,

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$$a_1 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 1}}^{2} \frac{t-j}{1-j}\,dt = \int_0^2 \left(\frac{t-0}{1-0}\right)\left(\frac{t-2}{1-2}\right)dt = \int_0^2 (2t - t^2)\,dt =$$

$$t^2 - \frac{t^3}{3}\Big|_0^2 = \frac{4}{3}$$

$$a_0 = \tfrac{1}{3}, \qquad a_1 = \tfrac{4}{3},$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n=2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$a_2 =$

$$a_0 = \frac{1}{3}, \qquad a_1 = \frac{4}{3},$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0,1,\ldots,n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$$a_2 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 2}}^{2} \frac{t-j}{2-j}\,dt =$$

$$a_0 = \tfrac{1}{3}, \qquad a_1 = \tfrac{4}{3},$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$$a_2 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 2}}^{2} \frac{t-j}{2-j}\,dt = \int_0^2 \Big(\frac{t-0}{2-0}\Big)\Big(\frac{t-1}{2-1}\Big)\,dt =$$

$a_0 = \frac{1}{3}$, $\qquad a_1 = \frac{4}{3}$,

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0,1,\ldots,n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$$a_2 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 2}}^{2} \frac{t-j}{2-j}\,dt = \int_0^2 \Big(\frac{t-0}{2-0}\Big)\Big(\frac{t-1}{2-1}\Big)\,dt = \frac{1}{2}\int_0^2 (t^2 - t)\,dt =$$

$a_0 = \frac{1}{3}, \qquad a_1 = \frac{4}{3},$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$$a_2 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 2}}^{2} \frac{t-j}{2-j}\,dt = \int_0^2 \Big(\frac{t-0}{2-0}\Big)\Big(\frac{t-1}{2-1}\Big)\,dt = \frac{1}{2}\int_0^2 (t^2 - t)\,dt =$$

$$\frac{1}{2}\Big(\frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2}\Big|_0^2\Big) =$$

$a_0 = \frac{1}{3}, \qquad a_1 = \frac{4}{3},$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$$a_2 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0\\ j\neq 2}}^{2} \frac{t-j}{2-j}\,dt = \int_0^2 \left(\frac{t-0}{2-0}\right)\left(\frac{t-1}{2-1}\right)dt = \frac{1}{2}\int_0^2 (t^2-t)\,dt =$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2}\Big|_0^2\right) = \frac{1}{3}$$

$a_0 = \frac{1}{3}$, $\qquad a_1 = \frac{4}{3}$,

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

$$a_2 = \int_0^2 \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq 2}}^{2} \frac{t-j}{2-j}\,dt = \int_0^2 \Big(\frac{t-0}{2-0}\Big)\Big(\frac{t-1}{2-1}\Big)\,dt = \frac{1}{2}\int_0^2 (t^2 - t)\,dt =$$

$$\frac{1}{2}\Big(\frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2}\Big|_0^2\Big) = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{a_0 = \tfrac{1}{3}, \qquad a_1 = \tfrac{4}{3}, \qquad a_2 = \tfrac{1}{3}}$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Ejemplo: Ahora calculamos la correspondiente a $n = 2$. La fórmula en este caso es

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{2} a_i f(x_i) = h\big(a_0 f(x_0) + a_1 f(x_1) + a_2 f(x_2)\big)$$

en donde $h = \frac{b-a}{2}$, $\quad x_0 = a$, $\quad x_1 = \frac{a+b}{2}$, $\quad x_2 = b$,

De esta forma obtenemos la Fórmula de Simpson:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{6}\left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right]$$

$$a_0 = \frac{1}{3}, \qquad a_1 = \frac{4}{3}, \qquad a_2 = \frac{1}{3}$$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

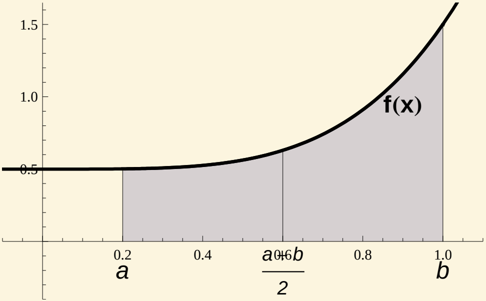
Fórmula de Simpson: $\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{6}\left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right]$

Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Fórmula de Simpson: $\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{6}\left[f(a)+4f\left(\frac{a+b}{2}\right)+f(b)\right]$

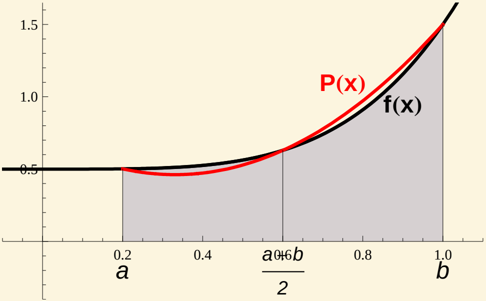


Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i=0,1,\ldots,n$$

$$h=\frac{b-a}{n}, \quad x_i = a+ih$$

Fórmula de Simpson: $\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{6}\left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right]$

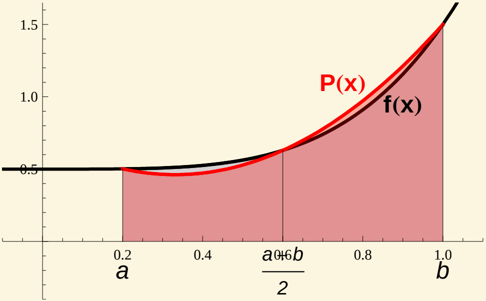


Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0\\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$

Fórmula de Simpson: $\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{6}\left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right]$



Fórmulas de Newton-Cotes

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h\sum_{i=0}^{n} a_i f(x_i), \quad \text{con} \quad a_i = \int_0^n \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{t-j}{i-j}\,dt, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

$$h = \frac{b-a}{n}, \quad x_i = a + ih$$