Cálculo Numérico y Estadística

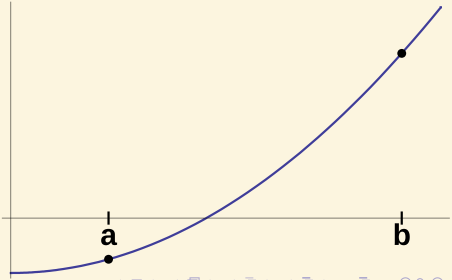
Primera parte: Cálculo Numérico

José Luis Bravo

Curso 2019/2020
Segundo semestre

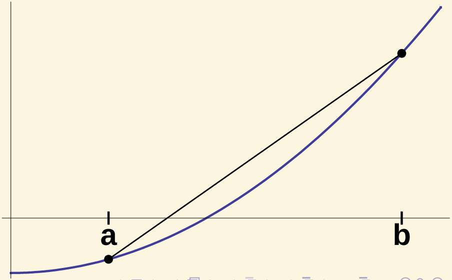
Método Regula Falsi (de la Falsa Posición):

Para la aplicación de este método volvemos a suponer que f es una función continua en $[a, b]$, tal que $f(a)f(b) < 0$, y que en ese intervalo existe una sola raíz de $f(x) = 0$.



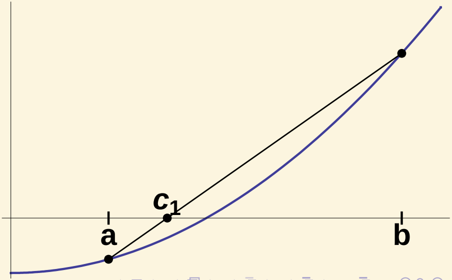
Método Regula Falsi (de la Falsa Posición):

Para la aplicación de este método volvemos a suponer que f es una función continua en $[a, b]$, tal que $f(a)f(b) < 0$, y que en ese intervalo existe una sola raíz de $f(x) = 0$. La recta que une los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$ tiene como ecuación $y = f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x - a)$.



Método Regula Falsi (de la Falsa Posición):

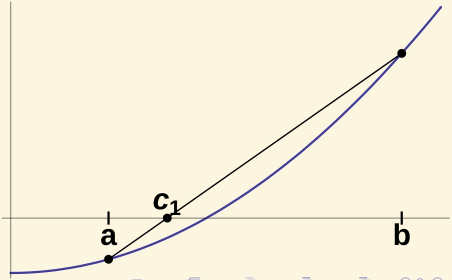
Para la aplicación de este método volvemos a suponer que f es una función continua en $[a, b]$, tal que $f(a)f(b) < 0$, y que en ese intervalo existe una sola raíz de $f(x) = 0$. La recta que une los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$ tiene como ecuación $y = f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x - a)$. Esta recta corta al eje de abscisas en el punto $c_1 = \frac{a\,f(b)-b\,f(a)}{f(b)-f(a)}$.



Método Regula Falsi (de la Falsa Posición):

Para la aplicación de este método volvemos a suponer que f es una función continua en $[a, b]$, tal que $f(a)f(b) < 0$, y que en ese intervalo existe una sola raíz de $f(x) = 0$. La recta que une los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$ tiene como ecuación $y = f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x - a)$. Esta recta corta al eje de abscisas en el punto $c_1 = \frac{a\,f(b)-b\,f(a)}{f(b)-f(a)}$. En el siguiente paso elegimos el intervalo $[a_1, b_1]$ según el siguiente criterio:

$$\begin{cases} \text{si } f(c_1) = 0 \ \rightarrow\ c_1 \text{ es la raíz } \bar{x} \ \rightarrow\ \textbf{Fin} \\ \text{si } f(a)f(c_1) < 0 \ \rightarrow\ a_1 = a,\ b_1 = c_1 \\ \text{si } f(c_1)f(b) < 0 \ \rightarrow\ a_1 = c_1,\ b_1 = b \end{cases}$$

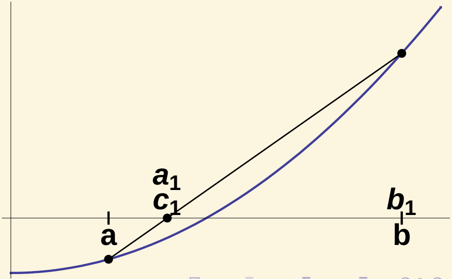


Método Regula Falsi (de la Falsa Posición):

Para la aplicación de este método volvemos a suponer que f es una función continua en $[a, b]$, tal que $f(a)f(b) < 0$, y que en ese intervalo existe una sola raíz de $f(x) = 0$. La recta que une los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$ tiene como ecuación $y = f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x - a)$. Esta recta corta al eje de abscisas en el punto $c_1 = \frac{a\,f(b)-b\,f(a)}{f(b)-f(a)}$. En el siguiente paso elegimos el intervalo $[a_1, b_1]$ según el siguiente criterio:

$$\begin{cases} \text{si } f(c_1) = 0 \;\rightarrow\; c_1 \text{ es la raíz } \bar{x} \;\rightarrow\; \textbf{Fin} \\ \text{si } f(a)f(c_1) < 0 \;\rightarrow\; a_1 = a,\; b_1 = c_1 \\ \text{si } f(c_1)f(b) < 0 \;\rightarrow\; a_1 = c_1,\; b_1 = b \end{cases}$$

Volvemos a aplicar el mismo argumento para elegir, a partir de $[a_1, b_1]$, el punto c_2 y el siguiente intervalo $[a_2, b_2]$. Y así sucesivamente.

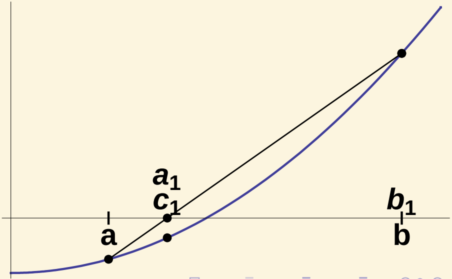


Método Regula Falsi (de la Falsa Posición):

Para la aplicación de este método volvemos a suponer que f es una función continua en $[a, b]$, tal que $f(a)f(b) < 0$, y que en ese intervalo existe una sola raíz de $f(x) = 0$. La recta que une los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$ tiene como ecuación $y = f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x - a)$. Esta recta corta al eje de abscisas en el punto $c_1 = \frac{a\,f(b)-b\,f(a)}{f(b)-f(a)}$. En el siguiente paso elegimos el intervalo $[a_1, b_1]$ según el siguiente criterio:

$$\begin{cases} \text{si } f(c_1) = 0 \;\rightarrow\; c_1 \text{ es la raíz } \bar{x} \;\rightarrow\; \textbf{Fin} \\ \text{si } f(a)f(c_1) < 0 \;\rightarrow\; a_1 = a,\; b_1 = c_1 \\ \text{si } f(c_1)f(b) < 0 \;\rightarrow\; a_1 = c_1,\; b_1 = b \end{cases}$$

Volvemos a aplicar el mismo argumento para elegir, a partir de $[a_1, b_1]$, el punto c_2 y el siguiente intervalo $[a_2, b_2]$. Y así sucesivamente.

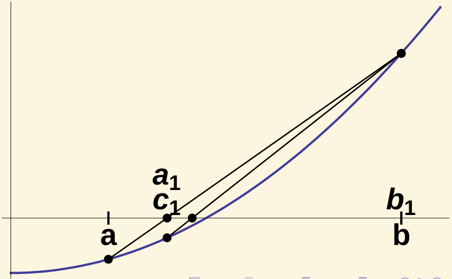


Método Regula Falsi (de la Falsa Posición):

Para la aplicación de este método volvemos a suponer que f es una función continua en $[a,b]$, tal que $f(a)f(b)<0$, y que en ese intervalo existe una sola raíz de $f(x)=0$. La recta que une los puntos $(a,f(a))$ y $(b,f(b))$ tiene como ecuación $y=f(a)+\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)$. Esta recta corta al eje de abscisas en el punto $c_1=\frac{a\,f(b)-b\,f(a)}{f(b)-f(a)}$. En el siguiente paso elegimos el intervalo $[a_1,b_1]$ según el siguiente criterio:

$$\begin{cases} \text{si } f(c_1)=0 \;\rightarrow\; c_1 \text{ es la raíz } \bar{x} \;\rightarrow\; \textbf{Fin} \\ \text{si } f(a)f(c_1)<0 \;\rightarrow\; a_1=a,\; b_1=c_1 \\ \text{si } f(c_1)f(b)<0 \;\rightarrow\; a_1=c_1,\; b_1=b \end{cases}$$

Volvemos a aplicar el mismo argumento para elegir, a partir de $[a_1,b_1]$, el punto c_2 y el siguiente intervalo $[a_2,b_2]$. Y así sucesivamente.

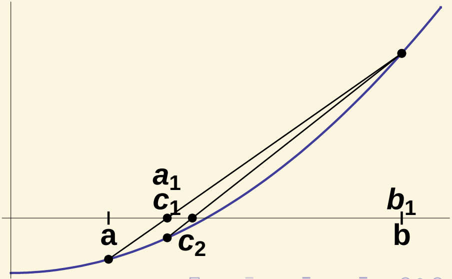


Método Regula Falsi (de la Falsa Posición):

Para la aplicación de este método volvemos a suponer que f es una función continua en $[a, b]$, tal que $f(a)f(b) < 0$, y que en ese intervalo existe una sola raíz de $f(x) = 0$. La recta que une los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$ tiene como ecuación $y = f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x - a)$. Esta recta corta al eje de abscisas en el punto $c_1 = \frac{a\,f(b)-b\,f(a)}{f(b)-f(a)}$. En el siguiente paso elegimos el intervalo $[a_1, b_1]$ según el siguiente criterio:

$$\begin{cases} \text{si } f(c_1) = 0 \;\rightarrow\; c_1 \text{ es la raíz } \bar{x} \;\rightarrow\; \textbf{Fin} \\ \text{si } f(a)f(c_1) < 0 \;\rightarrow\; a_1 = a,\; b_1 = c_1 \\ \text{si } f(c_1)f(b) < 0 \;\rightarrow\; a_1 = c_1,\; b_1 = b \end{cases}$$

Volvemos a aplicar el mismo argumento para elegir, a partir de $[a_1, b_1]$, el punto c_2 y el siguiente intervalo $[a_2, b_2]$. Y así sucesivamente.

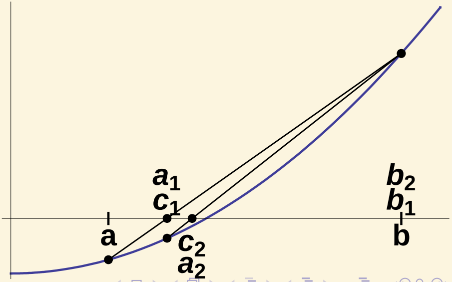


Método Regula Falsi (de la Falsa Posición):

Para la aplicación de este método volvemos a suponer que f es una función continua en $[a, b]$, tal que $f(a)f(b) < 0$, y que en ese intervalo existe una sola raíz de $f(x) = 0$. La recta que une los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$ tiene como ecuación $y = f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)$. Esta recta corta al eje de abscisas en el punto $c_1 = \frac{a\,f(b)-b\,f(a)}{f(b)-f(a)}$. En el siguiente paso elegimos el intervalo $[a_1, b_1]$ según el siguiente criterio:

$$\begin{cases} \text{si } f(c_1) = 0 \;\rightarrow\; c_1 \text{ es la raíz } \bar{x} \;\rightarrow\; \textbf{Fin} \\ \text{si } f(a)f(c_1) < 0 \;\rightarrow\; a_1 = a,\; b_1 = c_1 \\ \text{si } f(c_1)f(b) < 0 \;\rightarrow\; a_1 = c_1,\; b_1 = b \end{cases}$$

Volvemos a aplicar el mismo argumento para elegir, a partir de $[a_1, b_1]$, el punto c_2 y el siguiente intervalo $[a_2, b_2]$. Y así sucesivamente.

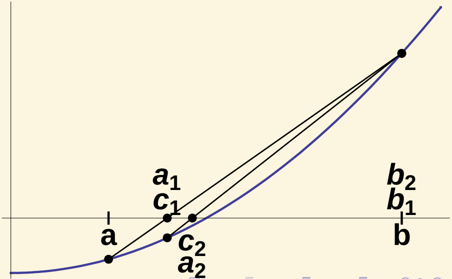


Método Regula Falsi (de la Falsa Posición):

Para la aplicación de este método volvemos a suponer que f es una función continua en $[a, b]$, tal que $f(a)f(b) < 0$, y que en ese intervalo existe una sola raíz de $f(x) = 0$. La recta que une los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$ tiene como ecuación $y = f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x - a)$. Esta recta corta al eje de abscisas en el punto $c_1 = \frac{a\,f(b)-b\,f(a)}{f(b)-f(a)}$. En el siguiente paso elegimos el intervalo $[a_1, b_1]$ según el siguiente criterio:

$$\begin{cases} \text{si } f(c_1) = 0 \;\rightarrow\; c_1 \text{ es la raíz } \bar{x} \;\rightarrow\; \textbf{Fin} \\ \text{si } f(a)f(c_1) < 0 \;\rightarrow\; a_1 = a,\; b_1 = c_1 \\ \text{si } f(c_1)f(b) < 0 \;\rightarrow\; a_1 = c_1,\; b_1 = b \end{cases}$$

Volvemos a aplicar el mismo argumento para elegir, a partir de $[a_1, b_1]$, el punto c_2 y el siguiente intervalo $[a_2, b_2]$. Y así sucesivamente. Resulta así que, ó $c_n = \bar{x}$ para algún n, ó $\lim_{n\to\infty} c_n = \bar{x}$.

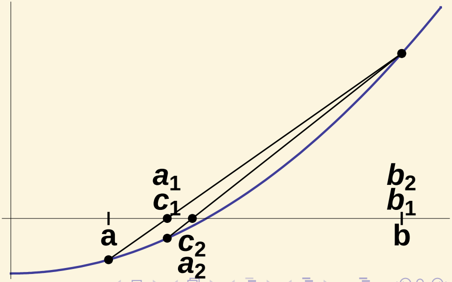


Método Regula Falsi (de la Falsa Posición):

A diferencia de lo que ocurría con el método de bisección, en el método de regula falsi la longitud de los intervalos $[a_n, b_n]$ puede que no converja a cero. Este método es algo más rápido que el de bisección, pero sigue siendo un método poco efectivo.

$$\begin{cases} \text{si } f(c_1) = 0 \;\rightarrow\; c_1 \text{ es la raíz } \bar{x} \;\rightarrow\; \textbf{Fin} \\ \text{si } f(a)f(c_1) < 0 \;\rightarrow\; a_1 = a,\; b_1 = c_1 \\ \text{si } f(c_1)f(b) < 0 \;\rightarrow\; a_1 = c_1,\; b_1 = b \end{cases}$$

Volvemos a aplicar el mismo argumento para elegir, a partir de $[a_1, b_1]$, el punto c_2 y el siguiente intervalo $[a_2, b_2]$. Y así sucesivamente. Resulta así que, ó $c_n = \bar{x}$ para algún n, ó $\lim_{n\to\infty} c_n = \bar{x}$.



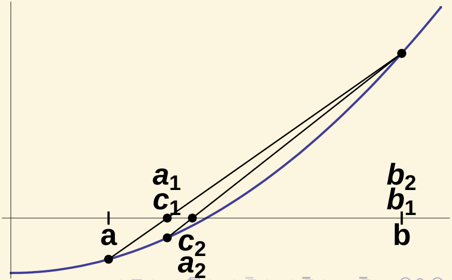
Método Regula Falsi (de la Falsa Posición):

A diferencia de lo que ocurría con el método de bisección, en el método de regula falsi la longitud de los intervalos $[a_n, b_n]$ puede que no converja a cero. Este método es algo más rápido que el de bisección, pero sigue siendo un método poco efectivo.

¿Qué tomamos como aproximación de la raíz $\bar{x}$?

$$\begin{cases} \text{si } f(c_1) = 0 \;\rightarrow\; c_1 \text{ es la raíz } \bar{x} \;\rightarrow\; \textbf{Fin} \\ \text{si } f(a)f(c_1) < 0 \;\rightarrow\; a_1 = a,\; b_1 = c_1 \\ \text{si } f(c_1)f(b) < 0 \;\rightarrow\; a_1 = c_1,\; b_1 = b \end{cases}$$

Volvemos a aplicar el mismo argumento para elegir, a partir de $[a_1, b_1]$, el punto c_2 y el siguiente intervalo $[a_2, b_2]$. Y así sucesivamente. Resulta así que, ó $c_n = \bar{x}$ para algún n, ó $\lim_{n\to\infty} c_n = \bar{x}$.



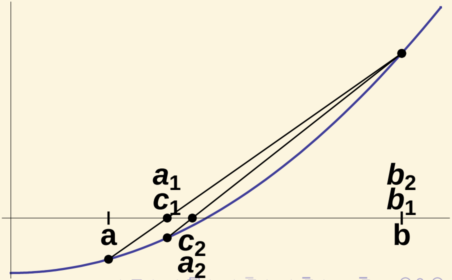
Método Regula Falsi (de la Falsa Posición):

A diferencia de lo que ocurría con el método de bisección, en el método de regula falsi la longitud de los intervalos $[a_n, b_n]$ puede que no converja a cero. Este método es algo más rápido que el de bisección, pero sigue siendo un método poco efectivo.

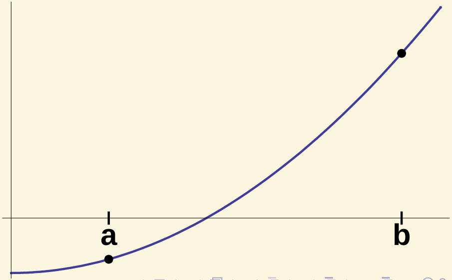
¿Qué tomamos como aproximación de la raíz $\bar{x}$? Podemos considerar la aproximación $\tilde{x} = c_n$, siendo c_n tal que $|f(c_n)| < \varepsilon$, para cierto ε prefijado.

$$\begin{cases} \text{si } f(c_1) = 0 \ \rightarrow \ c_1 \text{ es la raíz } \bar{x} \ \rightarrow \ \textbf{Fin} \\ \text{si } f(a)f(c_1) < 0 \ \rightarrow \ a_1 = a, \ b_1 = c_1 \\ \text{si } f(c_1)f(b) < 0 \ \rightarrow \ a_1 = c_1, \ b_1 = b \end{cases}$$

Volvemos a aplicar el mismo argumento para elegir, a partir de $[a_1, b_1]$, el punto c_2 y el siguiente intervalo $[a_2, b_2]$. Y así sucesivamente. Resulta así que, ó $c_n = \bar{x}$ para algún n, ó $\lim_{n \to \infty} c_n = \bar{x}$.



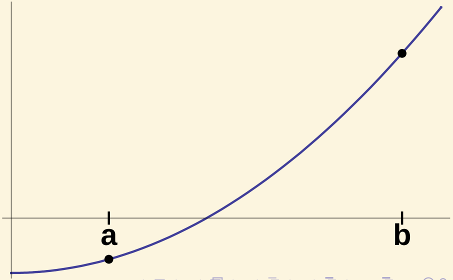
Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.



Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \;\rightarrow\; c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n) f(c_{n+1}) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = a_n,\; b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1}) f(b_n) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = c_{n+1},\; b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

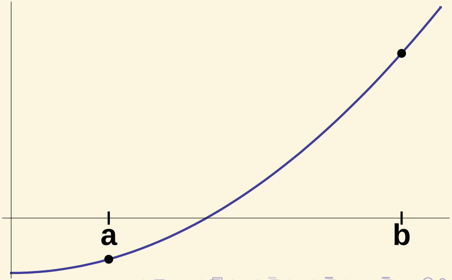


Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \;\rightarrow\; c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n) f(c_{n+1}) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = a_n,\; b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1}) f(b_n) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = c_{n+1},\; b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$c_1 =$

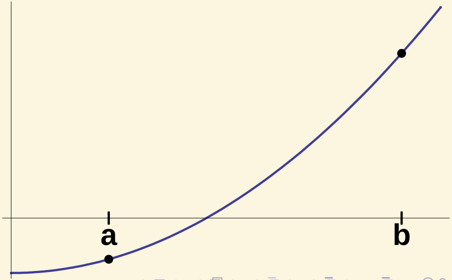


Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n) f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n, \ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1}) f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1}, \ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_1 = \frac{a_0\, f(b_0) - b_0\, f(a_0)}{f(b_0) - f(a_0)} =$$

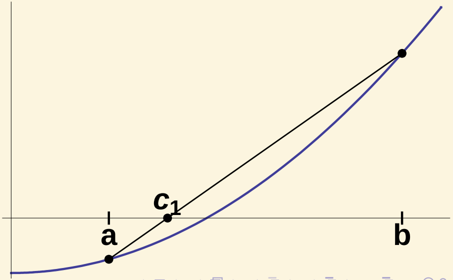


Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \;\rightarrow\; c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n)f(c_{n+1}) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = a_n,\; b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1})f(b_n) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = c_{n+1},\; b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_1 = \frac{a_0\, f(b_0) - b_0\, f(a_0)}{f(b_0) - f(a_0)} = \frac{(0.5)(3) - (2)(-0.75)}{(3) - (-0.75)} = 0.8$$



Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

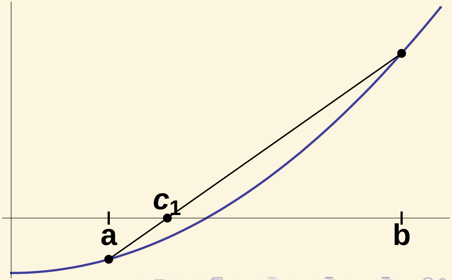
Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \;\rightarrow\; c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n)f(c_{n+1}) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = a_n,\; b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1})f(b_n) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = c_{n+1},\; b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_1 = \frac{a_0\, f(b_0) - b_0\, f(a_0)}{f(b_0) - f(a_0)} = \frac{(0.5)(3) - (2)(-0.75)}{(3) - (-0.75)} = 0.8$$

$f(c_1) = -0.36 \neq 0$

$f(a_0)f(c_1) =$



Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

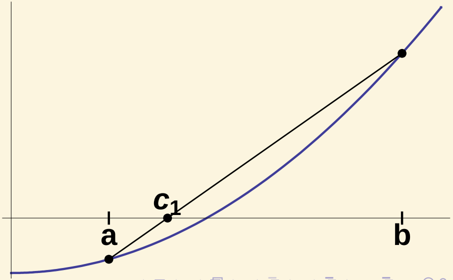
Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \;\rightarrow\; c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n) f(c_{n+1}) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = a_n,\; b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1}) f(b_n) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = c_{n+1},\; b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_1 = \frac{a_0\, f(b_0) - b_0\, f(a_0)}{f(b_0) - f(a_0)} = \frac{(0.5)(3) - (2)(-0.75)}{(3) - (-0.75)} = 0.8$$

$f(c_1) = -0.36 \neq 0$

$f(a_0) f(c_1) = (-0.75)(-0.36) > 0$



Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

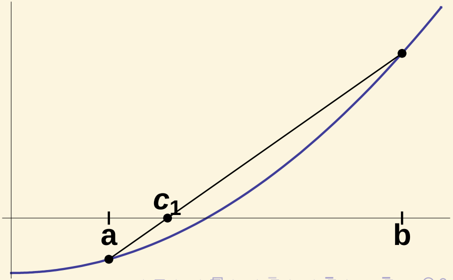
$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \;\rightarrow\; c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n) f(c_{n+1}) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = a_n,\; b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1}) f(b_n) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = c_{n+1},\; b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_1 = \frac{a_0\, f(b_0) - b_0\, f(a_0)}{f(b_0) - f(a_0)} = \frac{(0.5)(3) - (2)(-0.75)}{(3) - (-0.75)} = 0.8$$

$f(c_1) = -0.36 \neq 0$

$f(a_0) f(c_1) = (-0.75)(-0.36) > 0$

$f(c_1) f(b_0) =$



Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

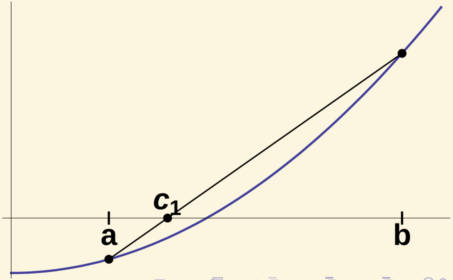
$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \;\rightarrow\; c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n)f(c_{n+1}) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = a_n,\; b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1})f(b_n) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = c_{n+1},\; b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_1 = \frac{a_0\, f(b_0) - b_0\, f(a_0)}{f(b_0) - f(a_0)} = \frac{(0.5)(3) - (2)(-0.75)}{(3) - (-0.75)} = 0.8$$

$f(c_1) = -0.36 \neq 0$

$f(a_0)f(c_1) = (-0.75)(-0.36) > 0$

$f(c_1)f(b_0) = (-0.36)(3) < 0$



Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n)f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n, \ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1})f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1}, \ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_1 = \frac{a_0\, f(b_0) - b_0\, f(a_0)}{f(b_0) - f(a_0)} = \frac{(0.5)(3) - (2)(-0.75)}{(3) - (-0.75)} = 0.8$$

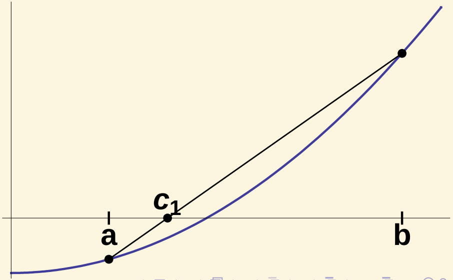
$f(c_1) = -0.36 \neq 0$

$f(a_0)f(c_1) = (-0.75)(-0.36) > 0$

$f(c_1)f(b_0) = (-0.36)(3) < 0$

$\downarrow$

$a_1 =$



Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \;\rightarrow\; c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n)f(c_{n+1}) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = a_n,\; b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1})f(b_n) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = c_{n+1},\; b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_1 = \frac{a_0\, f(b_0) - b_0\, f(a_0)}{f(b_0) - f(a_0)} = \frac{(0.5)(3) - (2)(-0.75)}{(3) - (-0.75)} = 0.8$$

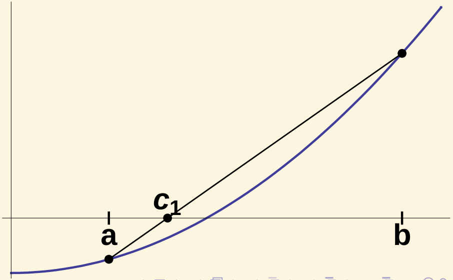
$f(c_1) = -0.36 \neq 0$

$f(a_0)f(c_1) = (-0.75)(-0.36) > 0$

$f(c_1)f(b_0) = (-0.36)(3) < 0$

$\downarrow$

$a_1 = c_1 = 0.8, \quad b_1 =$



Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n)f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n,\ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1})f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1},\ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_1 = \frac{a_0\, f(b_0) - b_0\, f(a_0)}{f(b_0) - f(a_0)} = \frac{(0.5)(3) - (2)(-0.75)}{(3) - (-0.75)} = 0.8$$

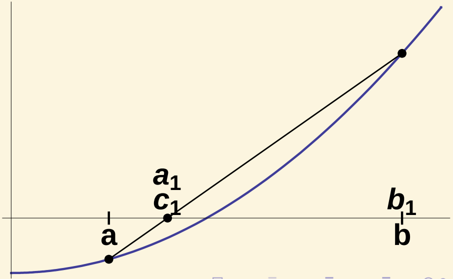
$f(c_1) = -0.36 \neq 0$

$f(a_0)f(c_1) = (-0.75)(-0.36) > 0$

$f(c_1)f(b_0) = (-0.36)(3) < 0$

$\downarrow$

$a_1 = c_1 = 0.8, \quad b_1 = b_0 = 2$



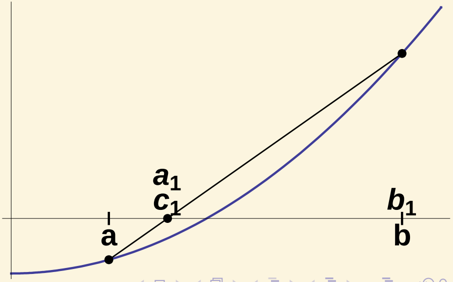
Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n f(b_n) - b_n f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n) f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n, \ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1}) f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1}, \ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$c_2 =$

$a_1 = c_1 = 0.8, \quad b_1 = b_0 = 2$



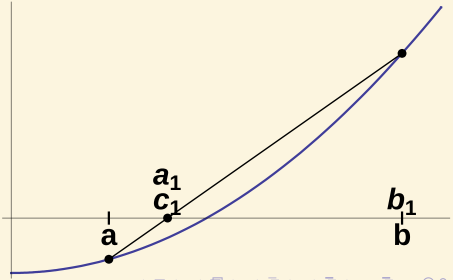
Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \;\rightarrow\; c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n) f(c_{n+1}) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = a_n,\; b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1}) f(b_n) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = c_{n+1},\; b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_2 = \frac{a_1\, f(b_1) - b_1\, f(a_1)}{f(b_1) - f(a_1)} =$$

$a_1 = c_1 = 0.8, \quad b_1 = b_0 = 2$



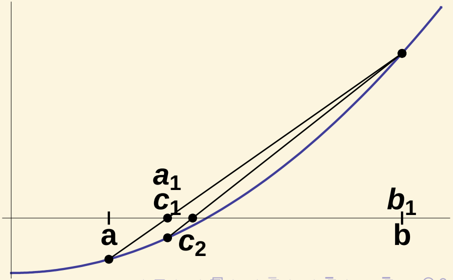
Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n) f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n, \ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1}) f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1}, \ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_2 = \frac{a_1\, f(b_1) - b_1\, f(a_1)}{f(b_1) - f(a_1)} = \frac{(0.8)(3) - (2)(-0.36)}{(3) - (-0.36)} = 0.928571$$

$$a_1 = c_1 = 0.8, \quad b_1 = b_0 = 2$$



Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

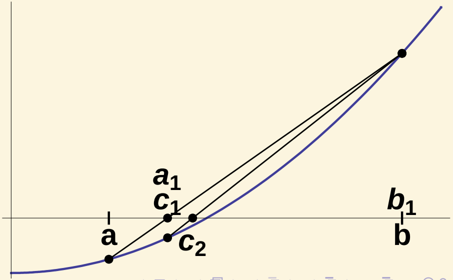
$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n)f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n, \ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1})f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1}, \ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_2 = \frac{a_1\, f(b_1) - b_1\, f(a_1)}{f(b_1) - f(a_1)} = \frac{(0.8)(3) - (2)(-0.36)}{(3) - (-0.36)} = 0.928571$$

$f(c_2) = -0.13776 \neq 0$

$f(a_1)f(c_2) =$

$a_1 = c_1 = 0.8, \quad b_1 = b_0 = 2$



Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

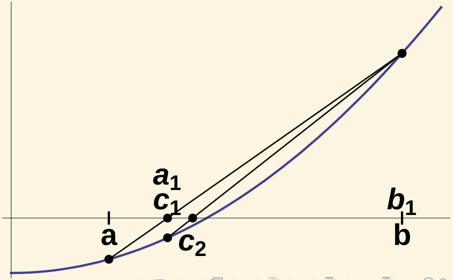
$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \;\rightarrow\; c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n) f(c_{n+1}) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = a_n,\; b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1}) f(b_n) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = c_{n+1},\; b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_2 = \frac{a_1\, f(b_1) - b_1\, f(a_1)}{f(b_1) - f(a_1)} = \frac{(0.8)(3) - (2)(-0.36)}{(3) - (-0.36)} = 0.928571$$

$f(c_2) = -0.13776 \neq 0$

$f(a_1) f(c_2) = (-0.36)(-0.13776) > 0$

$a_1 = c_1 = 0.8, \quad b_1 = b_0 = 2$



Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n)f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n, \ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1})f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1}, \ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

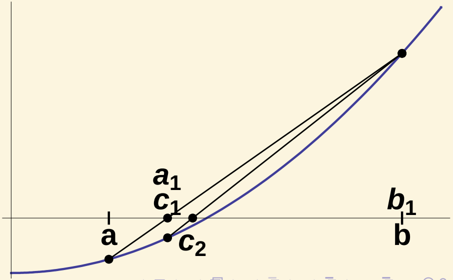
$$c_2 = \frac{a_1\, f(b_1) - b_1\, f(a_1)}{f(b_1) - f(a_1)} = \frac{(0.8)(3) - (2)(-0.36)}{(3) - (-0.36)} = 0.928571$$

$f(c_2) = -0.13776 \neq 0$

$f(a_1)f(c_2) = (-0.36)(-0.13776) > 0$

$f(c_2)f(b_1) =$

$a_1 = c_1 = 0.8, \quad b_1 = b_0 = 2$



Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n)f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n,\ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1})f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1},\ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

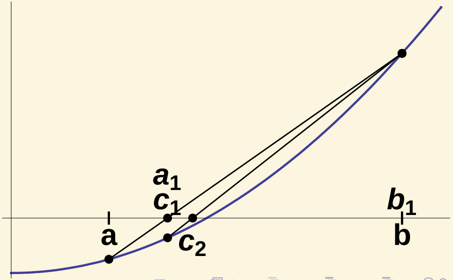
$$c_2 = \frac{a_1\, f(b_1) - b_1\, f(a_1)}{f(b_1) - f(a_1)} = \frac{(0.8)(3) - (2)(-0.36)}{(3) - (-0.36)} = 0.928571$$

$f(c_2) = -0.13776 \neq 0$

$f(a_1)f(c_2) = (-0.36)(-0.13776) > 0$

$f(c_2)f(b_1) = (-0.13776)(3) < 0$

$a_1 = c_1 = 0.8, \quad b_1 = b_0 = 2$



Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \;\rightarrow\; c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n)f(c_{n+1}) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = a_n,\; b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1})f(b_n) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = c_{n+1},\; b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_2 = \frac{a_1\, f(b_1) - b_1\, f(a_1)}{f(b_1) - f(a_1)} = \frac{(0.8)(3) - (2)(-0.36)}{(3) - (-0.36)} = 0.928571$$

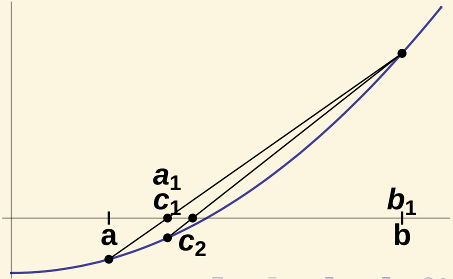
$f(c_2) = -0.13776 \neq 0$

$f(a_1)f(c_2) = (-0.36)(-0.13776) > 0$

$f(c_2)f(b_1) = (-0.13776)(3) < 0$

$\downarrow$

$a_2 =$



Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n f(b_n) - b_n f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \;\rightarrow\; c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n)f(c_{n+1}) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = a_n,\; b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1})f(b_n) < 0 \;\rightarrow\; a_{n+1} = c_{n+1},\; b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_2 = \frac{a_1 f(b_1) - b_1 f(a_1)}{f(b_1) - f(a_1)} = \frac{(0.8)(3) - (2)(-0.36)}{(3) - (-0.36)} = 0.928571$$

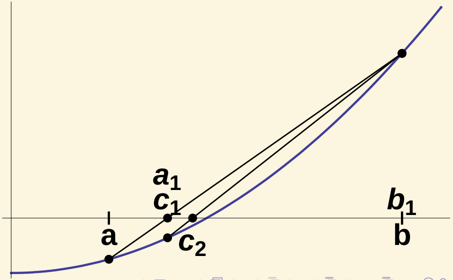
$f(c_2) = -0.13776 \neq 0$

$f(a_1)f(c_2) = (-0.36)(-0.13776) > 0$

$f(c_2)f(b_1) = (-0.13776)(3) < 0$

$\downarrow$

$a_2 = c_2 = 0.928571, \quad b_2 =$



Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n) f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n, \ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1}) f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1}, \ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_2 = \frac{a_1\, f(b_1) - b_1\, f(a_1)}{f(b_1) - f(a_1)} = \frac{(0.8)(3) - (2)(-0.36)}{(3) - (-0.36)} = 0.928571$$

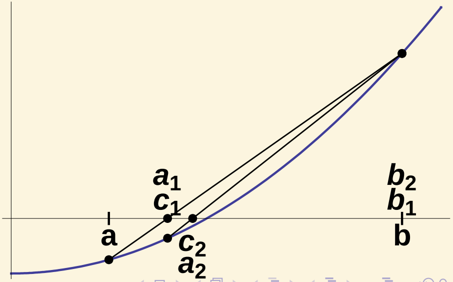
$f(c_2) = -0.13776 \neq 0$

$f(a_1) f(c_2) = (-0.36)(-0.13776) > 0$

$f(c_2) f(b_1) = (-0.13776)(3) < 0$

$\downarrow$

$a_2 = c_2 = 0.928571, \quad b_2 = b_1 = 2$



Ejemplo: Consideremos nuevamente la función $f(x) = x^2 - 1$, de la que sabemos tiene una y solo una raíz en $[0.5, 2]$.

Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.5, 2]$, calculamos c_{n+1}, a_{n+1} y b_{n+1}:

$$c_{n+1} = \frac{a_n\, f(b_n) - b_n\, f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n) f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n,\ \ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1}) f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1},\ \ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

$$c_2 = \frac{a_1\, f(b_1) - b_1\, f(a_1)}{f(b_1) - f(a_1)} = \frac{(0.8)(3) - (2)(-0.36)}{(3) - (-0.36)} = 0.928571$$

$$f(c_2) = -0.13776 \neq 0$$

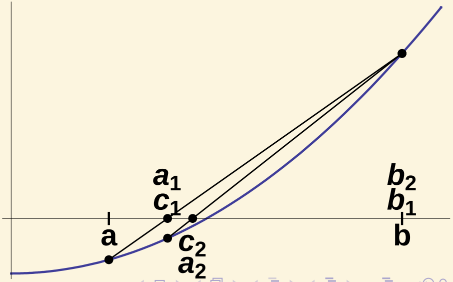
$$f(a_1) f(c_2) = (-0.36)(-0.13776) > 0$$

$$f(c_2) f(b_1) = (-0.13776)(3) < 0$$

$$\downarrow$$

$$a_2 = c_2 = 0.928571, \qquad b_2 = b_1 = 2$$

Etc. ...



Ejercicio: Sabemos que la función $f(x) = e^{-x} - 2x$ tiene una única raíz en el intervalo $[0.2, 0.6]$. Calcular, aplicando el método de Regula Falsi, una aproximación $\tilde{x}$ de la raíz tal que $|f(\tilde{x})| < 0.0001$.

Ejercicio: Sabemos que la función $f(x) = e^{-x} - 2x$ tiene una única raíz en el intervalo $[0.2, 0.6]$. Calcular, aplicando el método de Regula Falsi, una aproximación $\tilde{x}$ de la raíz tal que $|f(\tilde{x})| < 0.0001$.

Solución: Consideramos seis cifras decimales: Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.2, 0.6]$ calculamos

$$c_{n+1} = \frac{a_n f(b_n) - b_n f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n)f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n, \ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1})f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1}, \ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

lo que da lugar a la siguiente tabla:

Ejercicio: Sabemos que la función $f(x) = e^{-x} - 2x$ tiene una única raíz en el intervalo $[0.2, 0.6]$. Calcular, aplicando el método de Regula Falsi, una aproximación $\tilde{x}$ de la raíz tal que $|f(\tilde{x})| < 0.0001$.

Solución: Consideramos seis cifras decimales: Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.2, 0.6]$ calculamos

$$c_{n+1} = \frac{a_n f(b_n) - b_n f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \quad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n) f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n, \ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1}) f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1}, \ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

lo que da lugar a la siguiente tabla:

n	a_n	$f(a_n)$	b_n	$f(b_n)$	c_{n+1}	$f(c_{n+1})$
0						

Ejercicio: Sabemos que la función $f(x) = e^{-x} - 2x$ tiene una única raíz en el intervalo $[0.2, 0.6]$. Calcular, aplicando el método de Regula Falsi, una aproximación $\tilde{x}$ de la raíz tal que $|f(\tilde{x})| < 0.0001$.

Solución: Consideramos seis cifras decimales: Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.2, 0.6]$ calculamos

$$c_{n+1} = \frac{a_n f(b_n) - b_n f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \quad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n) f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n, \ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1}) f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1}, \ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

lo que da lugar a la siguiente tabla:

n	a_n	$f(a_n)$	b_n	$f(b_n)$	c_{n+1}	$f(c_{n+1})$
0	0.2	0.418731	0.6	-0.651188	0.356547	-0.013004
1						

Ejercicio: Sabemos que la función $f(x) = e^{-x} - 2x$ tiene una única raíz en el intervalo $[0.2, 0.6]$. Calcular, aplicando el método de Regula Falsi, una aproximación $\tilde{x}$ de la raíz tal que $|f(\tilde{x})| < 0.0001$.

Solución: Consideramos seis cifras decimales: Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.2, 0.6]$ calculamos

$$c_{n+1} = \frac{a_n f(b_n) - b_n f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \quad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n)f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n, \ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1})f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1}, \ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

lo que da lugar a la siguiente tabla:

n	a_n	$f(a_n)$	b_n	$f(b_n)$	c_{n+1}	$f(c_{n+1})$
0	0.2	0.418731	0.6	-0.651188	0.356547	-0.013004
1	0.2	0.418731	0.356547	-0.013004	0.351832	-0.000265
2						

Ejercicio: Sabemos que la función $f(x) = e^{-x} - 2x$ tiene una única raíz en el intervalo $[0.2, 0.6]$. Calcular, aplicando el método de Regula Falsi, una aproximación $\tilde{x}$ de la raíz tal que $|f(\tilde{x})| < 0.0001$.

Solución: Consideramos seis cifras decimales: Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.2, 0.6]$ calculamos

$$c_{n+1} = \frac{a_n f(b_n) - b_n f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \quad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n) f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n, \ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1}) f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1}, \ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

lo que da lugar a la siguiente tabla:

n	a_n	$f(a_n)$	b_n	$f(b_n)$	c_{n+1}	$f(c_{n+1})$
0	0.2	0.418731	0.6	-0.651188	0.356547	-0.013004
1	0.2	0.418731	0.356547	-0.013004	0.351832	-0.000265
2	0.2	0.418731	0.351832	-0.000265	0.351736	$-6.18756 \ 10^{-6}$

Ejercicio: Sabemos que la función $f(x) = e^{-x} - 2x$ tiene una única raíz en el intervalo $[0.2, 0.6]$. Calcular, aplicando el método de Regula Falsi, una aproximación $\tilde{x}$ de la raíz tal que $|f(\tilde{x})| < 0.0001$.

Solución: Consideramos seis cifras decimales: Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.2, 0.6]$ calculamos

$$c_{n+1} = \frac{a_n f(b_n) - b_n f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n)f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n, \ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1})f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1}, \ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

lo que da lugar a la siguiente tabla:

n	a_n	$f(a_n)$	b_n	$f(b_n)$	c_{n+1}	$f(c_{n+1})$
0	0.2	0.418731	0.6	-0.651188	0.356547	-0.013004
1	0.2	0.418731	0.356547	-0.013004	0.351832	-0.000265
2	0.2	0.418731	0.351832	-0.000265	0.351736	$-6.18756\ 10^{-6}$

Tomamos como solución aproximada $\tilde{x} =$

Ejercicio: Sabemos que la función $f(x) = e^{-x} - 2x$ tiene una única raíz en el intervalo $[0.2, 0.6]$. Calcular, aplicando el método de Regula Falsi, una aproximación $\tilde{x}$ de la raíz tal que $|f(\tilde{x})| < 0.0001$.

Solución: Consideramos seis cifras decimales: Aplicamos el método, es decir, empezando con el intervalo $[a_0, b_0] = [a, b] = [0.2, 0.6]$ calculamos

$$c_{n+1} = \frac{a_n f(b_n) - b_n f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)} \qquad \begin{cases} \text{si } f(c_{n+1}) = 0 \ \rightarrow \ c_{n+1} \text{ es la raíz } \bar{x} \\ \text{si } f(a_n) f(c_{n+1}) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = a_n, \ b_{n+1} = c_{n+1} \\ \text{si } f(c_{n+1}) f(b_n) < 0 \ \rightarrow \ a_{n+1} = c_{n+1}, \ b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

lo que da lugar a la siguiente tabla:

n	a_n	$f(a_n)$	b_n	$f(b_n)$	c_{n+1}	$f(c_{n+1})$
0	0.2	0.418731	0.6	-0.651188	0.356547	-0.013004
1	0.2	0.418731	0.356547	-0.013004	0.351832	-0.000265
2	0.2	0.418731	0.351832	-0.000265	0.351736	$-6.18756\ 10^{-6}$

Tomamos como solución aproximada $\tilde{x} = c_3 = 0.351736$.

En el Ejercicio 2, de la lección anterior, obtuvimos (aplicando 5 pasos del método de bisección) el valor $\tilde{x} = 0.35625$ como solución aproximada de la raíz que $f(x) = e^{-x} - 2x$ tiene en $[0.2, 0.6]$. Además, sabemos que su distancia con la solución exacta $\bar{x}$ es $|\bar{x} - \tilde{x}| < 0.01$. La función $f(x)$ en esta solución aproximada toma el valor $f(\tilde{x}) = f(0.35625) = -0.012202$.

Ahora, hemos aplicado el método de Regula Falsi, y con dos etapas hemos obtenido la aproximación $\tilde{\tilde{x}} = c_3 = 0.351736$, pero no sabemos con precisión cuánto dista de la solución exacta $\bar{x}$. Simplemente sabemos que como $\bar{x}, \tilde{\tilde{x}} \in [a_2, b_2] = [0.2, 0.351832]$, entonces

$$\begin{aligned} |\bar{x} - \tilde{\tilde{x}}| &\leq \max\{|c_3 - a_2|, |b_2 - c_3|\} \\ &= \max\{|0.351736 - 0.2|, |0.351832 - 0.351736|\} \\ &= \max\{0.151736, 0.000096\} = 0.151736. \end{aligned}$$

Pero, por otra parte, ahora tenemos que

$$|f(0.351736)| = 6.18756\ 10^{-6} < 0.012202 = |f(0.35625)|.$$