1.1. Ejercicios de funciones reales de una variable real

1. Para la función f definida por $f(x) = x^2 + 7$, calcular las siguientes imágenes:

    (a) $f(0)$, $f(1)$ y $f(2)$.

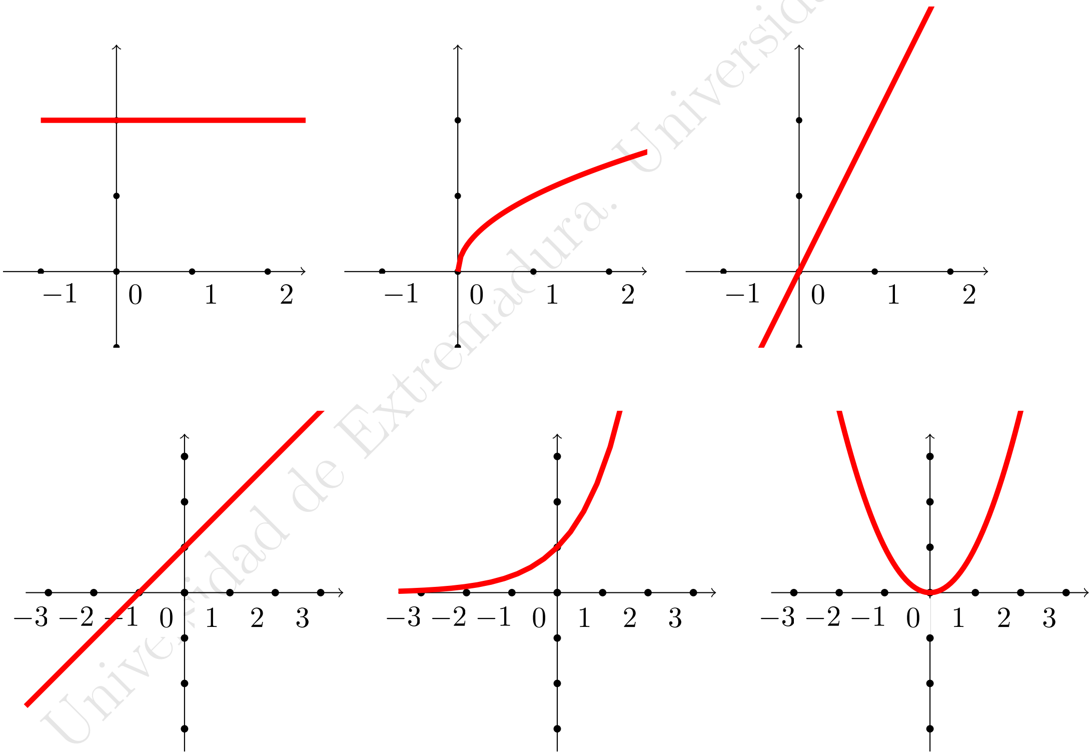
    (b) $f(3a)$.

    (c) $f(b-1)$.

    Solución:
    $f(0) = 7,\ f(1) = 8,\ f(2) = 11,\ f(3a) = 9a^2 + 7,\ f(b-1) = b^2 - 2b + 8.$

2. Asociar a cada una de las siguientes funciones elementales su gráfica:

$$f_1(x) = x^2, \quad f_2(x) = e^x, \quad f_3(x) = x+1, \quad f_4(x) = 2x, \quad f_5(x) = 2, \quad f_6(x) = \sqrt{x}.$$



3. Escontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos siguientes:

(a) $(0,0),(2,6)$.
(b) $(2,1),(0,-3)$.
(c) $(2,8),(5,0)$.
(d) $(5,1),(5,8)$.
(e) $(1/2,7/2),(0,3/4)$.
(f) $(0,0),(-1,3)$.
(g) $(-3,-4),(1,4)$.
(h) $(-3,6),(1,2)$.
(i) $(1,-2),(3,-2)$.
(j) $(7/8,3/4),(5/4,-1/4)$.

4. Determinar si los siguientes puntos son colineales (están en la misma recta):

(a) $(-2,1),(-1,0),(2,-2)$.
(b) $(0,4),(7,-6),(-5,1)$.

5. Resolver las siguientes ecuaciones

(a)
$$\frac{x}{x+1}-\frac{x}{x-2}=1,$$
(b)
$$\frac{2x}{x+2}-\frac{x+2}{2x}=1,$$
(c)
$$(x^2-4x+3)(x^2-x)=0,$$
(d)
$$x^4-10x^2+9=0,$$
(e)
$$x-\sqrt{25-x^2}=1,$$
(f)
$$\sqrt{x+36}-\sqrt{x}=2,$$
(g)
$$\ln x+\ln 50=\ln 1000,$$
(h)
$$\ln x=1+\ln(22-x),$$
(i)
$$\ln x^3=\ln 6+2\ln x,$$
(j)
$$e^{3x+1}=7,$$
(k)
$$e^{x-1}+e^{x}+e^{x+1}=2,$$
(l)
$$5^{2x}-30\cdot 5^{x}+125=0,$$
(m)
$$5=1+2.5e^{3x},$$
(n)
$$30=\frac{40}{1+39e^{-2x}}.$$

6. Simplificar las siguientes expresiones

(a)
$$\sqrt{\frac{a^2}{mn^2}+\frac{a^2}{m^2n}}.$$
(b)
$$\sqrt{\left(\frac{1}{x^2(a-x)}-\frac{1}{a^2(a-x)}\right)(a+x)}.$$
(c)
$$5\sqrt[6]{64a^2}-3\sqrt[3]{27a}+6\sqrt[9]{a^3}.$$
(d)
$$(3+\sqrt{a})(3-\sqrt{a}).$$
(e)
$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}.$$

Universidad de Extremadura.

7. Obtener una expresión explícita a partir de las siguientes funciones definidas implícitamente,

$$-\ln(30-y)=2x+5, \quad -20=x(1-e^{-5y}), \quad \ln\left(\frac{y}{1-y}\right)=2x+1.$$

8. Determinar el/los intervalo/s de la recta real en el /los que se verifica la siguiente inecuación

$$|x-1|<3.$$

9. Determinar el/los intervalo/s de la recta real en el/los que se verifica la inecuación

$$|x+1|\geq 7.$$

10. Representar las siguientes funciones en los puntos $-2,-1,0,1,2$,

$$f_1(x)=x^2, \quad f_2(x)=x+1, \quad f_3(x)=-1, \quad f_4(x)=x^{-1/4}, \quad f_5(x)=1/x.$$

Unir los puntos obtenidos para tener una aproximación de la gráfica. Comparar dicha aproximación con la obtenida en Wolfram alpha o Geogebra.

11. Representar las siguientes funciones en los puntos $1,10,10^2,10^3$ en escala logarítmica,

$$f_1(x)=x^2, \quad f_2(x)=x+1, \quad f_3(x)=1, \quad f_4(x)=x^{-1/4}, \quad f_5(x)=1/x.$$

Unir los puntos obtenidos para tener una aproximación de la gráfica. ¿Cuáles de ellas son rectas?

12. Representar las siguientes funciones en los puntos $1,10,10^2,10^3$ en escala logarítmica,

$$f_1(x)=e^x, \quad f_2(x)=\ln x, \quad f_3(x)=x, \quad f_4(x)=x^{-1/4}, \quad f_5(x)=1/x.$$

Unir los puntos obtenidos para tener una aproximación de la gráfica. ¿Cuáles de ellas son rectas?

13. Representar las siguientes funciones en los puntos $1,2,3,4$ en escala semilogarítmica (logarítmica en el eje y),

$$f_1(x)=e^x, \quad f_2(x)=\ln x, \quad f_3(x)=x, \quad f_4(x)=5^{-x}, \quad f_5(x)=1/x.$$

Unir los puntos obtenidos para tener una aproximación de la gráfica. ¿Cuáles de ellas son rectas?

14. Resolver las siguientes ecuaciones

   (a) $\operatorname{sen}(2x)=0$
   (b) $\cos(\pi/3-x)=1$
   (c) $\operatorname{sen}(2x)-\operatorname{sen}(x)=0$.

Universidad de Extremadura.

(d) $\cos(2x) = 1 + 4\,\mathrm{sen}(x)$.

(e) $3\,\mathrm{sen}(x) + 4\cos(x) = 1$.

15. Obtener a y b para que la función $f(x) = ax^b$ cumpla que $f(1) = 100$ y $f(100) = 10$. Representar la función obtenida y los puntos.

16. Obtener a y b para que la función $f(x) = a10^b$ cumpla que $f(0) = 100$ y $f(2) = 10$. Representar la función obtenida y los puntos.