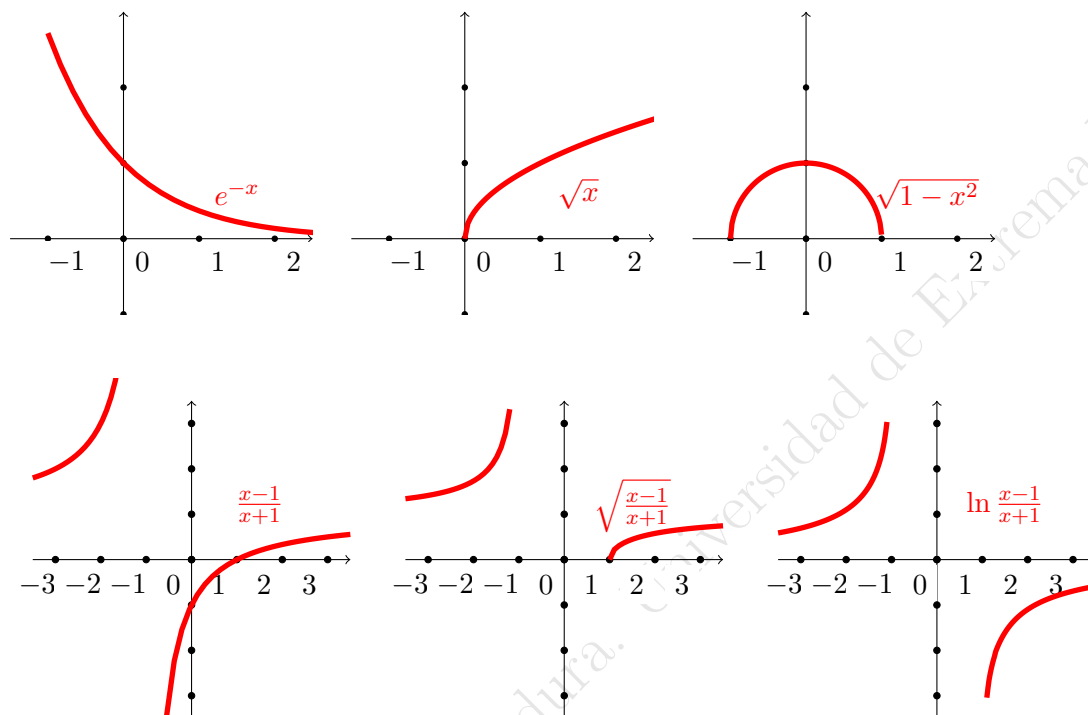


1.2. Ejercicios de funciones reales de una variable real

1. A partir de las gráficas, obtener el dominio y la imagen de las siguientes funciones:



Solución:

A partir de las gráficas sólo se puede “imaginar” cual sería el dominio. Asumiendo que la función “no hace cosas raras” en la parte que no vemos, tendríamos los dominios siguientes (que se pueden comprobar a partir de la definición de las funciones):

- $\text{Dom}(e^{-x}) = \mathbb{R}$. $\text{Imag}(e^{-x}) = (0, +\infty)$.
- $\text{Dom}(\sqrt{x}) = [0, +\infty)$. $\text{Imag}(\sqrt{x}) = [0, +\infty)$.
- $\text{Dom}(\sqrt{1-x^2}) = [-1, 1]$. $\text{Imag}(\sqrt{1-x^2}) = [0, 1]$.
- $\text{Dom}((x-1)/(x+1)) = (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$. $\text{Imag}((x-1)/(x+1)) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- $\text{Dom}(\sqrt{(x-1)/(x+1)}) = (-\infty, -1) \cup [1, +\infty)$.
 $\text{Imag}(\sqrt{(x-1)/(x+1)}) = [0, 1) \cup (1, +\infty)$.
- $\text{Dom}(\ln((x-1)/(x+1))) = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$.
 $\text{Imag}(\ln((x-1)/(x+1))) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

2. A partir de la gráfica de las funciones del ejercicio 1, ¿cuáles tienen inversa? Calcular las funciones inversas para aquellas funciones que la tengan.
3. Calcular el dominio de $f(x) = \sqrt{x+1}$, $g(x) = \cos(x)$ y de las composiciones $f \circ g$ y $g \circ f$.
4. Calcular el dominio de $f(x) = \exp(x)$, $g(x) = \log x$ y de las composiciones $f \circ g$ y $g \circ f$.
5. Calcular el dominio de $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $g(x) = x^2 + 2$ y de las composiciones $f \circ g$ y $g \circ f$.
6. Obtener el dominio de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$.

(g) $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

(b) $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$.

(h) $f(x) = e^{\frac{1}{x^2-1}}$

(c) $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$.

(i) $f(x) = \frac{1}{\cos(x)}$.

(d) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$.

(j) $f(x) = \cos(\sqrt{x-1})$.

(e) $f(x) = \frac{x^2}{1-\sqrt{x}}$.

(k) $f(x) = \sqrt{\cos x}$.

(f) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-4}$.

7. Escribir las siguientes funciones como funciones definidas a trozos (y esbozar las gráficas):

(a) $f(x) = |x + 1|$.

(g) $f(x) = \frac{|x+1|}{|x-1|}$

(b) $f(x) = |x^2 - 1|$.

(h) $f(x) = \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$

(c) $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$.

(i) $f(x) = |\cos x|$.

(d) $f(x) = |x^2 + x + 1|$.

(j) $f(x) = \ln|x|$.

(e) $f(x) = |x^2 - 2x + 1|$.

(k) $f(x) = |\ln x|$.

(f) $f(x) = |x - |x + 1||$.

8. Se ha medido el peso y la envergadura de diversas aves voladoras extintas y no extintas, obteniendo los siguientes datos¹:

Peso (en kilos)	0.1	1	3	7	8	80
Envergadura (en metros)	0.25	0.79	1.38	2.1	2.25	7.1

- (a) Dibujar los datos en escala usual, en escala logarítmica en el eje y y en escala logarítmica en ambos ejes para estimar qué tipo de modelo podemos utilizar.
- (b) (Opcional) Calcular los parámetros del modelo.

¹Los datos se corresponden, aproximadamente, a dos especies de gaviotas, una de águila, avutarda, albatros y argentavis.