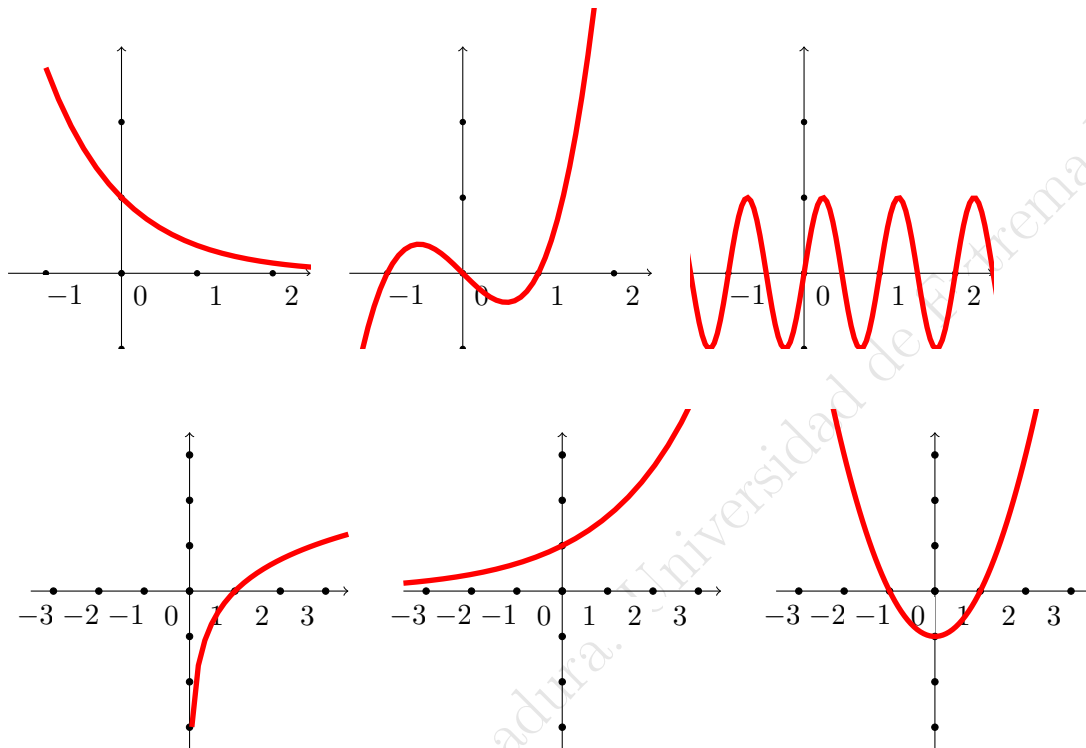


1.4. Ejercicios de continuidad y Teorema de Bolzano

1. A partir de las gráficas, decidir si la función es un polinomio, una exponencial, un logaritmo o una función trigonométrica:



2. Estudiar la continuidad de las siguientes funciones:

$$(a) f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } , x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

$$(b) g(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } , x < 0 \\ 0 & \text{si } , x = 0 \\ 1 & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

$$(c) h(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{si } , x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

$$(d) j(x) = \begin{cases} x & \text{si } , x < 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

$$(e) k(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

3. Calcular los puntos donde las siguientes funciones son positivas o negativas.

- (a) $x^3 - x^2 + 2$.
- (b) $e^{x^2-3x-4} - 1$.
- (c) $\sqrt{x^2 - 1}$.
- (d) $\cos(2x)$.
- (e) $\ln(x^2)$.

4. Obtener una solución aproximada (con un error menor que 0.2) de las siguientes ecuaciones:

- (a) $xe^x = 1$ para x entre 0 y 1.
- (b) $x^5 = 3$ para x entre 1 y 2.
- (c) $\cos(x^2) = 0$ para x entre -2 y -1 .

5. Determinar los valores de m y n para los que la siguiente función es continua:

$$f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x \leq -2 \\ mx + n & \text{si } -2 < x < 2 \\ x - 1 & \text{si } x \geq 2. \end{cases}$$

6. Calcular los siguientes límites:

- | | | | | | |
|-----|---|-----|---|-----|---|
| (a) | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^4 + x^2}}{x}$. | (e) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^4 + x^2}}{x}$. | (j) | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}(x^3 - x)$. |
| (b) | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{sen} x}{\sqrt{1 - \cos^2 x}}$. | (f) | $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \operatorname{sen} x$. | (k) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^{-x}}$. |
| (c) | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen} x}{\sqrt{x^2 - x^3}}$. | (g) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \operatorname{sen} x}{\sqrt{x^2 - x^3}}$. | (l) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{-1}}{\log x}$. |
| (d) | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x - x^2}}$. | (h) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \operatorname{sen} x}{x^2 + 1}$. | (m) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-x}}{x}$. |
| | | (i) | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$. | (n) | $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x \log x$. |