

1.8. Ejercicios de representación gráfica

1. Para cada una de las siguientes funciones, calcular el dominio, las simetrías, los puntos de corte con los ejes, los intervalos donde es positiva y negativa, las asíntotas, la monotonía, los extremos, los puntos de inflexión y la concavidad y convexidad.

(a) $f(x) = x + 1/x$.

(b) $f(x) = e^{(x+1)/x}$.

(c) $f(x) = \sqrt{(x+1)/(x-1)}$.

(d) $f(x) = \log(x^2 - 1)$.

(e) $f(x) = x - \log(x)$.

(f) $f(x) = 1/(1 + e^{-x})$ (Ecuación logística).

(g) $f(x) = 2(1 - e^{-x}) - x$ (Metabolización del alcohol).

2. Probar que para cada $x > 0$, se tiene

$$x - 1 \geq \log x \geq \frac{x - 1}{x}.$$

(Indicación: para la primera desigualdad considerar la función $f(x) = x - 1 - \log x$, calcular su valor mínimo y comprobar cómo es $f'(x)$ a la derecha e izquierda de ese valor mínimo. Deducir que $f(x) \geq 0$. La segunda desigualdad es similar).

3. Probar que $e^x > 1 + x$ para todo $x \in \mathbb{R}$ (Pista: Estudiar la función $f(x) = e^x - 1 - x$).