Tema 1. Lección 1.01. Ejercicios.

1. $0,\widehat{9} + 16,42 - 4,3\widehat{2}$

$0,\widehat{9} = 1$

$a = 4,3\widehat{2}$, $10a = 43,\widehat{2}$, $100a = 432,\widehat{2}$

$90a = 432 - 43 = 389$ $\quad a = \frac{389}{90}$

$$1 + \frac{1642}{100} - \frac{389}{90} = \frac{900 + 1642 - 389}{900} = \frac{2153}{900} = 2,39\widehat{2}$$

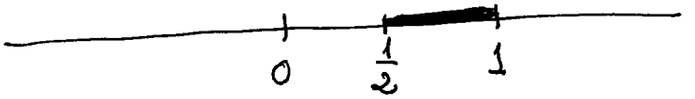
$$\begin{array}{l|l} 2153 & 900 \\ 3530 & 2,392\ldots \\ 8300 & \\ 2000 & \\ 200 & \end{array}$$

2. Dibujar

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |x-1| + |x-2| \leq 2\}$$

$x \leq 1$ $\quad |x-1| + |x-2| = 1 - x + 2 - x = 3 - 2x \leq 2$

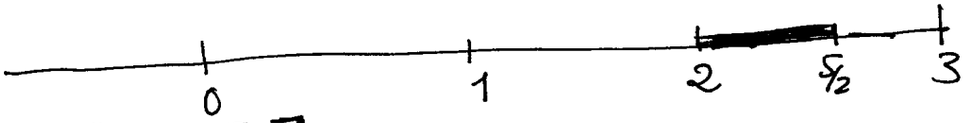
$1 \leq 2x$, $\frac{1}{2} \leq x$



$1 \leq x \leq 2$. $\quad |x-1| + |x-2| = x - 1 + 2 - x = 1 \leq 2$.

$x \geq 2$, $\quad x - 1 + x - 2 = 2x - 3 \leq 2$, $\quad 2x \leq 5$

$x \leq \frac{5}{2}$



$A = [\frac{1}{2}, \frac{5}{2}]$

3. Encontrar los puntos que verifican $x(x-1)(x-2) \geq 0$.

	$-\infty$		0		1		2	$+\infty$
x		−		+		+		+
$x-1$		−		−		+		+
$x-2$		−		−		−		+
$x(x-1)(x-2)$		−		+		−		+

$[0,1] \cup [2,+\infty)$

4. Probar que $1+2+\cdots+n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

$$S = 1 + 2 + \cdots + n$$

$$S = n + n-1 + \cdots + 1$$

$$\frac{}{(1+n)+(1+n)+\cdots+(1+n)} = n(1+n)$$

$$S = \frac{n(n+1)}{2}$$

5. Expresar en forma de fracción el número

$$16,42 + 4,\widehat{32} + 25,22\widehat{63}$$

6. Calcular

a) $a=\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\cdots}}}$

$a^2 = 1 + a$, $a^2 - a - 1 = 0$, $a = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

b) $b = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cdots}}}$; $b = \frac{1}{1+b}$

$b^2 + b - 1 = 0$ $\quad b = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$b = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

c) $a = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \cdots$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots\right) = \frac{1}{2} + \frac{a}{2}$

$a = 1$.

Progresión geométrica....

d) $0,1 + 0,01 + 0,001 + \cdots = 0,111\ldots = 0,\hat{1} = a$

$1,\hat{1} = 10a$; $9a = 1$, $a = \frac{1}{9}$.

7) Encontrar la expresión de la suma de los n primeros términos de la progresión aritmética

$$a,\ a+d,\ a+2d,\ \dots,\ a+(n-1)d,\ a+nd,\ \dots$$

$$2S_n = a + a+d + \dots + a+(n-1)d$$
$$+ a+(n-1)d + a+(n-2)d + \dots + a$$
$$= 2a+(n-1)d + 2a+(n-1)d + \overset{(n)}{\dots} + 2a+(n-1)d$$
$$= (2a+(n-1)d)n$$
$$S_n = \frac{(a + a+(n-1)d)n}{2}$$

8) Calcular la suma de los primeros n términos de la progresión geométrica

$$2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots$$
$$2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^n$$
$$S_n = 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n$$
$$2S_n = 2^2 + \dots + 2^n + 2^{n+1}$$
$$(2-1)S_n = 2^{n+1} - 2 \ ; \qquad S_n = \frac{2^{n+1}-2}{1} = 2^{n+1} - 2.$$

9) Calcular la suma de los primeros n términos de una progresión geométrica

$$a,\ ar,\ ar^2,\ \dots,$$

$$S_n = a + ar + \dots + ar^{n-1}$$

$$rS_n = \quad ar + \dots + ar^{n-1} + ar^n$$

$$(r-1)S_n = ar^n - a \quad ; \quad S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

Simplificación de expresiones algebraicas racionales

1. $\dfrac{x^2-4}{3x-6}$

2. $\dfrac{x^2-9}{x+3}$

3. $\dfrac{x^2-6x+9}{5x-15}$

4. $\dfrac{\frac{x^2}{2}+\frac{x}{8}}{\frac{x}{3}+\frac{1}{12}}$

5. $\dfrac{x^3+6x^2+12x+8}{x^3+4x^2+4x}$

6. $\dfrac{3x^3+3}{2x^2+4x+2}$

7. $\dfrac{5x^2y^5}{25xy}$